

Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Фізико-математичний факультет

Лабораторна робота № 3-7

**МАГНІТНЕ ОБЕРТАННЯ ПЛОЩИНИ  
ПОЛЯРИЗАЦІЇ  
(ЕФЕКТ ФАРАДЕЯ)**

Виконана студ. групи \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Київ-2019

## Лабораторна робота № 3-7

# Магнітне обертання площини поляризації (ефект Фарадея)

**Мета роботи:** вивчення ефекту Фарадея, визначення деяких оптичних і атомних констант речовини на основі аналізу сталої Верде.

## Короткі теоретичні відомості

### Уявлення про обертання площини поляризації та ефект Фарадея

Ряд речовин наділені природною оптичною активністю – здатністю обертати площину поляризації лінійно поляризованого світла, що проходить крізь них; кут цього обертання  $\varphi_{\text{пр}}$  пропорційний довжині шляху  $l$  світла в речовині:  $\varphi_{\text{пр}} = \alpha l$ . Крім того, практично усі речовини набувають оптичної активності при їх вміщенні у зовнішнє поздовжнє (тобто спрямованого вздовж світлових променів) магнітне поле. Це явище називають магнітним обертанням площини поляризації, або ефектом Фарадея. Кут обертання площини поляризації в магнітному полі  $\varphi_{\text{магн}}$  пропорційний  $l$  і напруженості магнітного поля  $H$ , а його знак залежить від напрямку  $\mathbf{n}$ :

$$\varphi_{\text{магн}} = \pm R H l, \quad (7.1)$$

де  $R$  – коефіцієнт пропорційності, що називається сталою Верде, або питомим магнітним обертанням. Стала Верде залежить від властивостей, стану речовини та від довжини світлової хвилі  $\lambda$  (або циклічної частоти  $\omega$ ). Вважається, що  $R > 0$ , якщо при проходженні світла вздовж осі соленоїда напрямком магнітного обертання співпадає з напрямком струму в обмотці соленоїда. Якщо речовина наділена природною оптичною активністю і одночасно виявляє ефект Фарадея, то обидва ці ефекти додаються. Повний кут обертання

$$\varphi = \varphi_{\text{пр}} + \varphi_{\text{магн}} = (\alpha \pm R H) l. \quad (7.2)$$

Лінійний характер залежності (7.2) є зрозумілим із загальних міркувань. Фізичні процеси у речовині, що призводять до обертання площини поляризації, відбуваються на рівні окремих молекул. Тому при проходженні світла у середовищі ефект обертання послідовно накопичується: якщо на шляху  $l$  кут обертання дорівнює  $\varphi$ , то на шляху  $2l$  він буде дорівнювати  $2\varphi$ . Таким чином, кут  $\varphi$  пропорційний  $l$ , тобто  $\varphi = b(H)l$ , де  $b(H)$  – коефіцієнт пропорційності, що залежить від  $H$ . Функцію  $b(H)$  можна розкласти в ряд Макларена і при достатньо малих  $H$  залишити у цьому ряду лише два перших члени  $b(H) \cong b(0) + b'(0) \cdot H$ . Отже, якщо ввести позначення  $b(0) = \alpha$ ,  $b'(0) = \pm R$ , то отримаємо закон (7.2). Наведений виклад показує, що пропорційність  $\varphi \sim l$  є справедливою без будь-яких обмежень, а лінійна залежність  $\varphi(H)$  має місце лише при малих  $H$ . Досліди підтверджують ці висновки.

## Пояснення оптичної активності за Френелем

Лінійно поляризовану світлову хвилю можна подати як суперпозицію двох хвиль правої та лівої поляризації по колу, як схематично показано на рис.7.1а. Світлові вектори  $E_+$  і  $E_-$  у будь-якій фіксованій площині, перпендикулярній до напрямку поширення, обертаються у протилежних напрямках з кутовою швидкістю  $\omega$ , що дорівнює частоті вихідної лінійно поляризованої хвилі  $E$ . У вакуумі або оптично неактивному середовищі фазові швидкості поширення і показники заломлення середовища для обох цих хвиль однакові:

$$v_+ = v_- = v \quad \text{і} \quad n_+ = n_- = n,$$

тому на виході з речовини обидві ці хвилі отримують однакове набігання фази  $\varphi_+ = \varphi_-$  (рис. 7.1б) і, відповідно, напрямок коливань у результуючій лінійно поляризованій хвилі залишається незмінним.

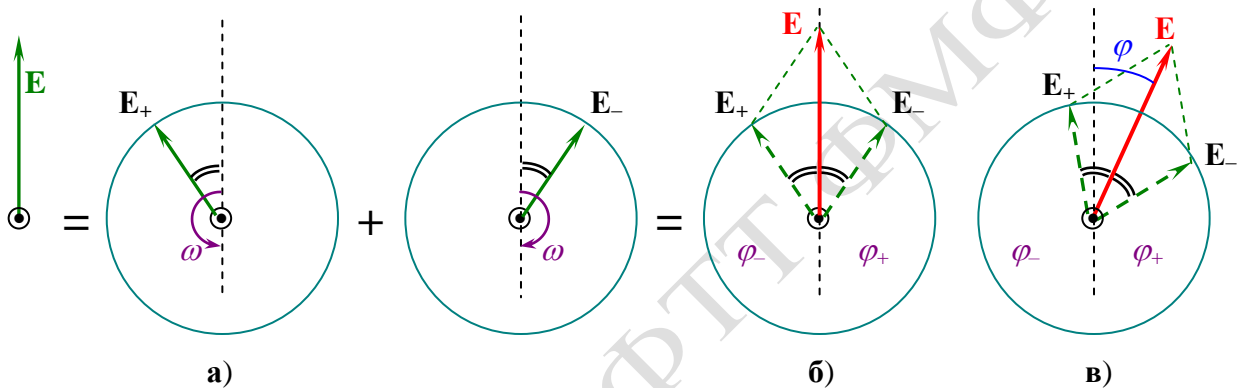


Рис. 7.1

В оптично активних середовищах, як показав Френель, фазові швидкості та показники заломлення для право- і лівополяризованої хвиль відрізняються:  $v_+ \neq v_-$  і  $n_+ \neq n_-$  ( $n_{\pm} = c/v_{\pm}$ ,  $c$  – швидкість світла у вакуумі), тому, під час проходження світла крізь активну речовину завтовшки  $l$  ці хвилі набувають різного набігу фази:

$$\varphi_{\pm} = 2\pi l \frac{n_{\pm}}{\lambda} = \frac{\omega l}{c} n_{\pm}.$$

У наслідку їх накладання на виході з речовини утворюється лінійно поляризована хвиля, площина поляризації якої у порівнянні з початковою є повернутою на кут  $\varphi$  (див. рис.7.1, в)

$$\varphi = \frac{\varphi_+ - \varphi_-}{2} = \frac{\omega l}{2c} (n_+ - n_-). \quad (7.3)$$

## Атомний механізм ефекту Фарадея

Магнітне обертання площини поляризації можна пояснити на підставі електронної теорії Лоренца. Відповідно до цієї теорії (у її спрощеній формі), оптичні властивості речовини – дисперсія, поглинання, оптична активність та ін. обумовлені взаємодією електричного поля світлової хвилі  $E_{св}$  із зовнішніми електронами атомів (дія магнітного поля світлової хвилі є відносно слабкою і нею можна знехтувати). Ці електрони пов'язані зі своїми атомами квазіпружними силами і поведуть себе як

осцилятори з певною резонансною частотою  $\omega_0$ , що дорівнює кутовій швидкості їх руху у атомі. Електричне поле світлової хвилі викликає вимушені коливання електронів, амплітуда яких залежить від частоти  $\omega$  світла і резонансної частоти  $\omega_0$  речовини у полі світлової хвилі та її діелектричної проникності  $\varepsilon$ , яка, таким чином, виявляється залежною від частоти світла  $\omega$ :

$$\varepsilon = \varepsilon(\omega).$$

Оскільки, відповідно до електромагнітної теорії Максвелла, для прозорих середовищ показник заломлення  $n = \sqrt{\varepsilon}$ , то  $n$  також залежить від частоти світла (явище дисперсії). Спрощено залежність  $n(\omega)$  можна представити так:

$$n^2 = 1 + \frac{\text{const}}{\omega_0^2 - \omega^2}, \quad \text{const} = \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m}, \quad (7.4)$$

де  $N$  - концентрація диполів,  $e$  та  $m$  - заряд і маса електрона,  $\varepsilon_0$  - електрична стала. Наведена дисперсійна формула (7.4) дозволяє зрозуміти у загальних рисах природу магнітного обертання площини поляризації неактивних у природному стані речовин.

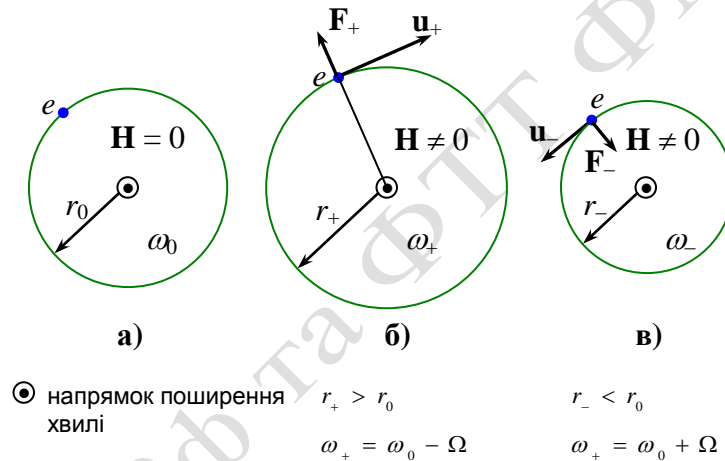


Рис. 7.2

В рамках описаного раніше механізму Френеля, коливання електронів, викликане світлом, логічно розглядати як суперпозицію двох вимушених обертань (зі швидкостями  $u_+$  і  $u_-$  у взаємно протилежних напрямках і таких, що викликані право- і лівополяризованими по колу складовими  $E_+$  і  $E_-$ ) лінійно поляризованої хвилі  $E$  з частотою  $\omega$ , яка проходить крізь речовину. Ці рухи ніби накладаються на основний рух електрону по орбіті радіуса  $r_0$  з відповідною кутовою швидкістю  $\omega_0$  (рис.7.2a).

Відповідно до формули (7.4) показник заломлення  $n$  є однаковим для обох складових  $E_+$  і  $E_-$  і за відсутності поля **ефект обертання площини поляризації відсутній**. Але картина суттєво змінюється при накладанні зовнішнього повздовжнього магнітного поля  $H$ . На електроні тепер діє додаткова магнітна сила що обумовлена їх вимушеним рухом зі швидкостями  $u_+$  і  $u_-$ :

$$\vec{F}_{\pm} = -\mu_0 |e| \left[ \vec{u}, \vec{H} \right] = -|e| \left[ \vec{u}, \vec{B} \right]$$

(тут враховано, що  $B = \mu\mu_0 H$ , а для води, що використовується у роботі як досліджувана речовина, практично  $\mu = 1$ . Сила  $F_+$  весь час напрямлена від центра траєкторії електрона, а сила  $F_-$  – до центра (див. рис.7.2, б, в). Тому вимушеному руху електронів під дією складової  $E_+$  відповідає ефективний радіус електронної орбіти  $r_+ > r_0$  та резонансна частота  $\omega_+ = \omega_0 - \Omega$ , а рухові під дією складової  $E_-$  ефективний радіус  $r_- < r_0$  та резонансна частота  $\omega_- = \omega_0 + \Omega$ . В теорії доводиться, що додаток  $\Omega$  залежить лише від величини магнітного поля  $H$ :

$$\Omega = \frac{|e|\hbar}{2m} B = \frac{\mu_0 |e|\hbar}{2m} H. \quad (7.5)$$

Підрахунок за формулою (7.5) дає  $\Omega = 10 \text{ с}^{-1}$  при  $B \approx 1 \text{ Тл}$ , у той час, як частота видимого світла  $\omega$  і резонансна частота електронів  $\omega_0 \sim 10^{15} - 10^{16} \text{ с}^{-1}$ , тобто навіть у сильних зовнішніх магнітних полях  $\Omega \ll \omega, \omega_0$ .

Таким чином, при наявності зовнішнього поздовжнього магнітного поля властивості середовища характеризуються різними значеннями резонансної частоти  $\omega_+, \omega_-$  і, відповідно до формули (7.4), різними значеннями показника заломлення  $n_+, n_-$  для право- та лівополяризованих складових світлової хвилі, що проходить. Відповідно до механізму Френеля це означає, що в поздовжньому магнітному полі проходження через речовину лінійно поляризованого світла повинно супроводжуватись обертанням площини поляризації (ефект Фарадея), величина якого визначається загальною формулою (7.3).

Виведення закону (7.1). Відповідно до загального дисперсійного співвідношення (7.4) значення  $n_+$  і  $n_-$  визначаються як

$$n_{\pm}^2 = 1 + \frac{\text{const}}{\omega_{\pm}^2 - \omega^2},$$

де  $\omega_+ = \omega_0 - \Omega$  і  $\omega_- = \omega_0 + \Omega$ .

Вирази для  $n_+$  і  $n_-$  отримані з формули (7.4) заміною  $\omega_0$  на  $\omega_+$  і  $\omega_-$  відповідно. Тому можна записати, що  $n_{\pm} = n(\omega_{\pm}^2 - \omega^2)$  або, позначивши складний аргумент  $\omega_{\pm}^2 - \omega^2 = \xi_{\pm}$ , отримаємо;  $n_{\pm} = n(\xi_{\pm})$ . Значення аргументів  $\xi_+$  і  $\xi_-$  відрізняються на величину  $\Delta \xi = (\omega_0 - \Omega)^2 - (\omega_0 + \Omega)^2 = 4\omega_0 \Omega$ , яку можна вважати малою з огляду малого значення  $\Omega$ . Тому для різниці  $n_+$  і  $n_-$  записати:

$$n_+ - n_- = \frac{dn}{d\xi} \Delta \xi = 2 \frac{dn}{d\xi} \Omega \quad (7.6)$$

(тут ураховано, що  $d\xi = -2\omega d\omega$  і те, що помітний ефект обертання спостерігається при частотах світла  $\omega$ , близьких до резонансної частоти  $\omega_0$  електронів середовища).

Замінивши у цьому виразі  $\Omega$  за формулою (7.5) та підставивши його у формулу (7.3), прийдемо до закону (7.1), в якому стала Верде  $R$  виражається теоретичною формулою

$$R = \frac{\mu_0 |e|}{2 m c} \omega \frac{d n}{d \omega}. \quad (7.7)$$

З цієї формули видно, що стала  $R$  (питоме магнітне обертання) залежить тільки від фактора дисперсії  $\omega (d n/d \omega)$  середовища на частоті світла, що використовується. Тому, визначивши експериментально  $R$ , можна розрахувати величину  $\omega (d n/d \omega)$ , що характеризує дисперсію досліджуваної речовини на частоті  $\omega$ , а також ефективну резонансну частоту  $\omega_0$  та довжину хвилі  $\lambda_0$  оптичних електронів даної речовини:

$$D = \omega \frac{d n}{d \omega} = \frac{2 m c R}{\mu |e|}, \quad \omega_0 = \omega \sqrt{\frac{1 + A}{A}}, \quad \lambda_0 = \lambda \sqrt{\frac{A}{1 + A}}, \quad (7.8)$$

де  $A = (n - D)/(n^2 - 1)$ ,  $c$  – швидкість світла у вакуумі.

## Опис експериментальної установки

Схему установки зображено на рис.7.3. Трубка 3 з речовиною, що досліджується, розміщена в поляриметрі 1 вздовж осі соленоїда 2. Соленоїд є джерелом магнітного поля, середня напруженість магнітного поля вздовж трубки  $H_{cp} = \beta N I$ , де  $I$  – сила струму в обмотці соленоїда, приєднаного до блоку живлення 4. Поляриметр служить для вимірювання кута обертання площини поляризації.

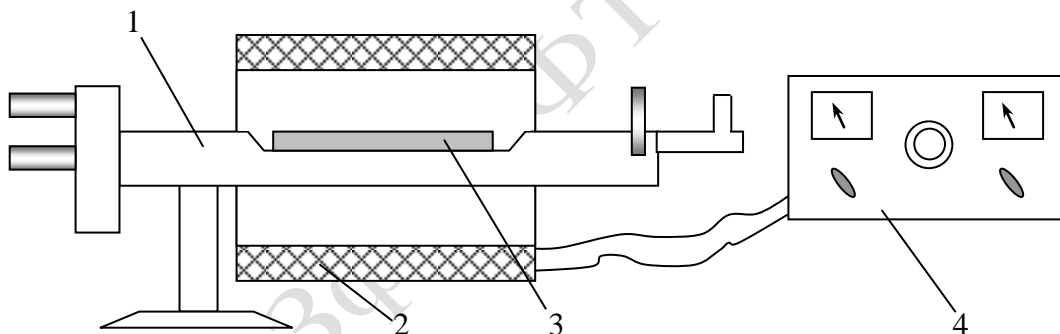


Рис. 7.3

Оптична схема напівтіньового поляриметра (у спрощеному вигляді) подана на рис.7.4. Світловий потік від лампи  $L$  проходить спочатку крізь червоний світлофільтр  $СФ$ , що виділяє порівняно вузький інтервал частот поблизу частоти пропускання світлофільтра  $\omega$ , а потім крізь поляризатор  $П$ , який перетворює вихідний потік світла на поляризований, розділений на дві половини лінією розділу. Далі світловий потік проходить через трубку  $T$  з речовиною, що досліджується, компенсатор (систему клинів  $Б, М$ ), аналізатор  $A$  та потрапляє до зорової труби  $ЗТ$ , де спостерігається візуально.

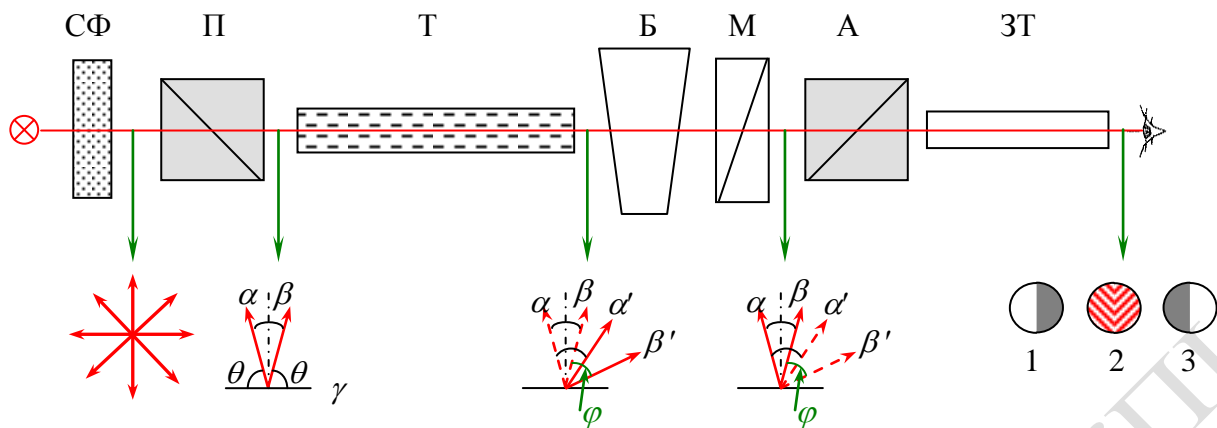


Рис. 7.4

### **Принцип напівтіньового методу вимірювання кута обертання площини поляризації.**

Поляризатор складається із двох половинок, площини поляризації яких  $\alpha, \beta$  складають однакові, близькі до  $90^\circ$  кути, з площиною поляризатора  $u$ . Тому якщо трубка Т та клини Б, М відсутні, обидві половинки світлового потоку після проходження крізь аналізатор будуть мати рівну невелику освітленість (згідно з законом Малюса інтенсивність світла, що пройшло крізь аналізатор, пропорційна  $\cos^2 \theta$ , де  $\theta$  – кут між площиною аналізатора  $\gamma$  та площиною поляризації світла, що падає на аналізатор). У результаті у полі зору труби Т спостерігаються дві рівно затінені половини поля, розділені тонкою лінією. Після установки трубки Т із оптично активною речовиною напрямки площини поляризації  $\alpha, \beta$  обох половинок потоку, що виходять із трубки, виявляються повернутими на кут  $\varphi$  (див.  $\alpha', \beta'$  на рис. 7.4) і рівність освітленостей половинок поля зору порушується. Для вирівнювання освітленості застосовується клиновий компенсатор, який складається із великого кварцового клину Б лівого обертання та малого кварцового клину М правого обертання (разом з контрклином, не показаним на рис.). Переміщенням клину Б відносно клину М підбирають такий кут обертання світла в компенсаторі, який точно компенсує кут обертання світла у трубці, та домагаються відновлення рівного затінення половинок поля зору (див. поз.2. на рис.7.4). Одночасно з клином Б у полі зору верхньої зорової труби поляриметра переміщується шкала, яка служить для відліку кута обертання в  $^\circ s$  (цукрові градуси). При невиконанні умови компенсації освітленості половинок поля зору значно різняться (див. поз. 1.3 рис.7.4)

### **Порядок виконання роботи**

1. Ознайомитись з експериментальною установкою. Відповідно до інструкції на робочому місці підготувати установку до вимірювань.
2. Провести пробні вимірювання кутів за допомогою поляриметра згідно з інструкцією (під контролем викладача).
3. Для кожного значення струму  $I$ , що вказано в табл.7.1, виміряти кут повороту площини поляризації  $\varphi_k'$ . Кожне вимірювання повторити 3 рази та занести результати до табл.7.1.

4. Занести до протоколу параметри установки та значення необхідних констант:  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с,  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл,  $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$  кг  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$  Гн/м,  $n = 1,33$ ,  $\beta = 0,8$ ,  $\lambda = 620$  нм – робоча довжина хвилі поляриметра;  $\alpha = 6 \cdot 10^{-3}$  рад/°S – перевідний коефіцієнт цукрових градусів у радіани;  $N, (м^{-1})$  – число витків на одиницю довжини котушки;  $l, (м)$  – робоча довжина кювети з речовиною, що досліджується;  $I_m (А)$  – розмах шкали амперметра;  $k_i$  – клас точності амперметра. Значення  $N$  і  $l$  взяти з інструкції на робочому місці.

## Обробка експериментальних даних

1. Для кожного значення струму  $I_k$  визначити й занести до табл.7.1:

а) середнє значення  $\varphi'_k$  показань поляриметра  $\varphi'_j$ :  $\varphi'_k = \langle \varphi'_j \rangle = \frac{1}{3} \sum \varphi'_j$ ;

б) кут обертання площини поляризації  $\varphi = \alpha (\varphi'_k - \varphi'_0)$ , рад ;

в) напруженість магнітного поля  $H_k = \beta N I_k$ ;

г) похибки величин  $H_k$  та  $\varphi_k$  :

$$\Delta H_k = \frac{\beta N \Delta I_i}{\sqrt{3}},$$

де  $\Delta I_i$  – основна можлива похибка амперметра;  $\Delta \varphi_k = \alpha \sqrt{\frac{\sum (\varphi'_j - \langle \varphi'_k \rangle)^2}{n(n-1)}}$ ;  $n = 3$ .

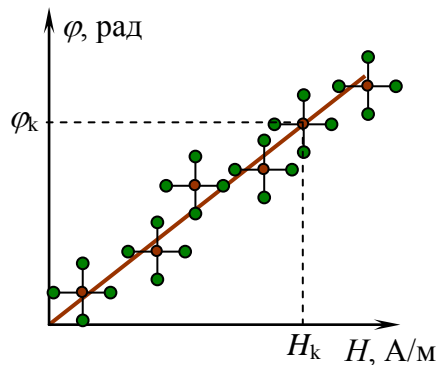
Зауваження. Нуль шкали поляриметра може мати зсув. Врахувати це можна зафіксувавши значення кута  $\varphi'_0$ , що відповідає струмові  $I = 0$ .

2. Нанести на графік залежності  $\varphi (H)$  усі точки, приблизно так, як це показано на рис. 7.5.

3. За методом найменших квадратів (вважаючи  $H_k = x_k$ ,  $\varphi_k = y_k$  ( $i \neq 0$ )) розрахувати:

а) кутовий коефіцієнт  $k_\varphi$  залежності  $\varphi (H)$ ;

б) стандартне відхилення  $\sigma_k$  кутового коефіцієнта.



4. За результатами обчислень  $k_\varphi$  визначити сталу Верде  $R = k_\varphi / l$  і оцінити стандартне відхилення  $R$ :  $\sigma_R = \sigma_k / l$ . За визначеним значенням  $k_\varphi$  нанести на графік  $\varphi (H)$  оптимальну пряму та зробити висновок про ступінь відповідності результатів вимірювань закону (7.1).

5. За формулою (7.8) розрахувати фактор дисперсії  $D = \omega (dn/d\omega)$ , резонансну частоту  $\omega_0$  та довжину хвилі  $\lambda_0$  для досліджуваної речовини (вода).

**Додаткове завдання** (виконується за вказівкою викладача)

1. За наведеними у табл.7.2 даними побудувати на міліметровому папері дисперсійну криву  $n(\lambda)$  для води при  $20^\circ\text{C}$ .
2. Користуючись графіком  $n(\lambda)$  чисельним чи графічним диференціюванням визначити величину  $dn/d\lambda$  та фактор дисперсії  $D = \lambda (dn/d\lambda) = \omega (dn/d\omega)$  для  $\lambda = 620 \text{ нм}$
3. Розрахувати за формулою (7.7) теоретичне значення  $R_{\text{теор}}$  сталої Верде і порівняти його з експериментальним значенням  $R$ .

Табл. 7.1

Струм $I$ , А	0	1	2	3	4	5	6	7
Покази поляриметра $\varphi'_k, \dots^\circ\text{S}$								
Середнє $\varphi'_k, \dots^\circ\text{S}$								
$\varphi'_k$ , рад								
$\Delta\varphi_k$ , рад								
$H_k$ , А/м								
$\Delta H$ , А/м								

Оцінити  $\frac{\Delta R}{R_{\text{теор}}} = \frac{R - R_{\text{теор}}}{R_{\text{теор}}}$

$k_\varphi =$                        $R = \frac{k_\varphi}{l} =$                        $\sigma_R = \frac{\sigma_k}{l} =$

Табл. 7.2

Довжина хвилі, нм	508,6	546,1	589,3	643,8	656,3	678,0
$n$	1,336	1,3345	1,3330	1,3314	1,3311	1,3308

$\frac{dn}{d\lambda} =$                        $D = \lambda \frac{dn}{d\lambda}$                        $\frac{\Delta R}{R_{\text{теор}}} = \frac{R - R_{\text{теор}}}{R_{\text{теор}}} =$

**Запитання та вправи для самопідготовки**

1. Які речовини називаються оптичне активними? Від чого і як залежить кут обертання площини поляризації світла у речовинах із природною активністю?
2. У чому суть ефекту Фарадея? Від чого і як залежить величина фарадеївського обертання площини поляризації?
3. У чому суть механізму взаємодії світла з речовиною запропонованого Френелем для пояснення оптичної активності?
4. Виведіть наведену в протоколі формулу набігу фаз  $\varphi_\pm$  і формулу (7.3) для кута повороту площини поляризації.
5. Що таке дисперсія світла у середовищі? Поясніть якісно, чому фазова швидкість світла й показник заломлення середовища залежать від частоти (довжини хвилі) світла? Наведіть дисперсійну формулу, що використовується в роботі.

6. Поясніть якісно, чому під час накладання повздовжнього магнітного поля речовини набувають оптичної активності? Чому і як магнітне поле впливає на взаємодію атомів речовини зі світлом? Чим визначається зміна  $\Omega$  (резонансної частоти) електронів (наведіть формулу)?
7. Виведіть формулу (7.6).
8. Наведіть розгорнутий вираз закону (7.1), який можна отримати на основі електронної теорії ефекту Фарадея. Запишіть теоретичний вираз сталої Верде.
9. Наведіть оптичну схему поляриметра і поясніть призначення її елементів.
10. Виведіть закон Малюса і поясніть, як він використовується у поляриметрі.
11. Поясніть суть використовуваного у поляриметрі напівтіньового методу.
12. Перелічіть основні похибки вимірювань у даній роботі і наведіть формули для їх оцінок.
- 13.\* У довіднику для води наводяться значення діелектричної проникності  $\epsilon = 81$  і показник заломлення  $n = 1,33$ . Як це узгоджується з теорією Максвела, відповідно до якої  $n = \sqrt{\epsilon}$ ?
- 14.\* Виведіть формулу (7.4) на підставі елементарної електромагнітної теорії дисперсії світла.
- 15\* Оцініть систематичну похибку  $\sigma_\varphi$  кута повороту площини поляризації і систематичну похибку  $\sigma_R$  сталої Верде та обґрунтуйте правомірність того, що вони не враховувались під час обробки результатів даної роботи.

## Література

1. Бушок Г. В. Венгер. Курс фізики : у 3 кн. Кн. 2. Електрика і магнетизм: Навч. посіб. – К.: Вища школа, 2003. §§19 – 22, с.77 – 90.  
[https://pdf.lib.vntu.edu.ua/books/2015/Byshok\\_P2\\_2003\\_278.pdf](https://pdf.lib.vntu.edu.ua/books/2015/Byshok_P2_2003_278.pdf)
2. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. У 3 т. Оптика. Квантова механіка. – К.: Техніка, 2001.