

Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Фізико-математичний факультет

Лабораторна робота № 2-5

**ВИВЧЕННЯ ЕЛЕКТРОСТАТИЧНОГО ПОЛЯ**

Виконана студ. групи \_\_\_\_\_

---

Київ-2024

## ВИВЧЕННЯ ЕЛЕКТРОСТАТИЧНОГО ПОЛЯ

**Мета роботи:** ознайомитися з одним із способів вивчення характеристик електростатичних полів, що ґрунтується на математичному моделюванні на прикладі поля з осью симетріїю.

**Прилади та пристрої:** планшет з електродами, мікроамперметр, джерело живлення, зонд (електрод).

### 5.1. Загальні теоретичні відомості

При конструюванні різноманітних електронних приладів (електронні лінзи, напівпровідникові прилади та інші) потрібно знати розподіл електричного поля в просторі між електродами довільної форми. Теоретичний розрахунок таких полів можливий тільки для найпростіших конфігурацій поля, у загальному ж випадку такого розрахунку виконати не можна. Тому електричні поля складної конфігурації досліджуються експериментально, за допомогою методу моделювання. Основними характеристиками електростатичного поля є напруженість і потенціал. Напруженість  $\vec{E}$  – це силова характеристика поля, що чисельно дорівнює силі, з якою поле діє на одиничний точковий позитивний заряд  $q_0$ , який перебуває в даній точці поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}.$$

Енергетичною характеристикою поля є потенціал. Для деяких видів полів, зокрема поля точкового заряду, потенціал чисельно дорівнює роботі, яку виконують сили поля, переміщуючи одиничний точковий позитивний заряд із даної точки поля в нескінченність:

$$\varphi = \frac{A_\infty}{q_0},$$

де  $q_0$  – заряд, що переміщується.

Задля наочності електричне поле на рисунку часто "зображують" у вигляді сукупностей силових ліній та екіпотенціальних поверхонь.

**Силовой лінією** (або лінією поля) називається лінія, дотична до якої в кожній точці збігається за напрямом з вектором напруженості поля в цій точці (тобто з напрямом сили, що діє на пробний позитивний заряд).

**Екіпотенціальною поверхнею** (або поверхнею рівного потенціалу) називається поверхня, у всіх точках якої потенціал поля має однакове значення.

Силкові лінії та екіпотенціальні поверхні є взаємно ортогональні, тобто вектор  $\vec{E}$  у кожній точці є спрямований по нормалі до екіпотенціальної поверхні, що проходить через цю точку.

### 5.2. Метод математичного моделювання електростатичного поля

Для математичного моделювання електростатичного поля використовується той факт, що електричне поле, яке зумовлює протікання стаціонарного струму в середовищі зі слабкою провідністю, є потенціальним. Це надає можливість використати таке електричне поле для моделювання електростатичного поля заряджених тіл у вакуумі.

Роль заряджених тіл у моделюванні виконують електроди, форма яких відповідає натуральним тілам, що виконані в певному масштабі (найчастіше збільшеному). Взаємне розміщення електродів має бути таким самим, як і в приладі, що моделюється. На електроди подається напруга, що дорівнює або пропорційна напрузі на електродах приладу, який

моделюється. За виконання цих умов електричне поле між електродами матиме таку саму конфігурацію, як і те поле, що моделюється, відрізняючись від нього тільки чисельним значенням напруженості.

Якщо між електродами розмістити середовище зі слабкою провідністю, то конфігурація електричного поля зміниться. Проте за певних умов подібних змін можна уникнути. Які ж ці умови?

Розподіл поля у просторі задається рівняннями Максвелла для електричного поля. Розв'язок цих рівнянь, який визначає закон розподілу напруженості поля, залежить як від вигляду самих рівнянь, так і від граничних умов. Покажемо, що вигляд рівнянь Максвелла не зміниться, якщо замінити непровідне середовище на провідне.

Як відомо, густина електричного струму  $\vec{j}$  всередині провідника задовольняє рівняння неперервності:

$$\operatorname{div} \vec{j} = 0.$$

Використовуючи закон Ома в диференціальній формі  $\vec{j} = \sigma \vec{E}$  і враховуючи, що питома електропровідність середовища є величиною сталою ( $\sigma = \text{const}$ ), одержимо:

$$\operatorname{div} \vec{j} = \operatorname{div} \sigma \vec{E} = \sigma \operatorname{div} \vec{E} = 0,$$

отже,

$$\operatorname{div} \vec{E} = 0. \quad (5.1)$$

За відсутності змінного у часі магнітного поля також виконується умова

$$\operatorname{rot} \vec{E} = 0. \quad (5.2)$$

Таким чином, електричне поле сталого струму задовольняє рівняння (5.1) і (5.2). Ці самі рівняння задовольняє й електричне поле у вакуумі.

Рівняння (5.1) і (5.2), що описують поля у провідному середовищі й вакуумі, мають розв'язки, залежні від граничних умов. Розглянемо граничні умови на електродах та інших поверхнях розділу середовищ. Якщо електропровідність середовища мала, то малий і струм, який протікає через це середовище. Електропровідність електродів, з іншого боку, велика, тому можна знехтувати падінням напруги в їх об'ємі та вважати, що поверхні електродів є еквіпотенціальними. Тому лінії струму й силові лінії у слабо провідному середовищі перпендикулярні до межі розділу електрод – слабо провідне середовище. Аналогічним є хід силових ліній в діелектричному середовищі та у вакуумі.

Проте граничні умови повинні виконуватися не тільки на поверхні поділу електрод – середовище, але й на інших поверхнях, що його обмежують. Як слабо провідне середовище використовується електропровідний папір, а межують з ним повітря та ізолююча підкладка. Оскільки на межах між електропровідним папером, повітрям і підкладкою електричний струм не може проходити перпендикулярно до поверхні розділу (з непровідного середовища у провідне), то у провідному середовищі встановлюється такий розподіл потенціалу, за якого вектор  $\vec{E}$  не матиме складових, перпендикулярних до поверхні поділу. Тому в провідному середовищі лінії струму й силові лінії йдуть вздовж межі поділу з непровідним середовищем. Межа поділу не вносить викривлень у форму ліній струму і, отже, ліній напруженості, якщо контур цієї межі відповідає контуру ліній струму.

У разі виконання всіх цих умов можна створити модель поля електростатичних зарядів, використовуючи поле в слабопровідному середовищі. У такому моделюванні силовим лініям електростатичного поля відповідають лінії струму, а поверхням однакового потенціалу – поверхні однакових напруг. Перевагою такого моделювання є те, що виміряти поля у провідному середовищі набагато простіше, ніж у непровідному. Ця простота зумовлена тим, що у провідному

середовищі вимірюється електричний потенціал, замість напруженості поля. Для таких вимірювань використовують зонди (електроди), які вводять у поле.

Зонд – це добре ізольований вздовж усієї довжини, крім кінця, провідник. Для вимірювання різниці потенціалів між двома точками поля в провідному середовищі потрібно доторкнутися до цих точок зондами, під'єднаними до вольтметра. Таким методом на електропровідному папері можна намітити лінії однакового потенціалу. Лінії струму на папері ортогональні до лінії однакового потенціалу і відповідають лініям напруженості електростатичного поля всередині циліндричного конденсатора. Такий самий характер має розподіл потенціалу електростатичного поля безмежної, рівномірно зарядженої нитки.

Поле моделюється за допомогою електропровідного паперу, до якого щільно притиснуті два коаксіальних циліндричних електроди. Для такої моделі залежність напруженості та потенціалу поля від відстані  $r$  до осі системи можна розрахувати таким чином. Густина струму на відстані  $r$  від осі системи  $j(r)$  знаходимо з умови неперервності

$$j(r) = \frac{I}{2\pi r d},$$

де  $I$  – повний струм, що проходить через папір,  $d$  – товщина паперу.

Тоді напруженість поля на відстані  $r$

$$E(r) = \frac{j(r)}{\sigma}, \text{ або } E(r) = \frac{I}{2\pi r d \sigma},$$

де  $\sigma$  – електрична провідність паперу. Експериментальна установка у роботі зібрана так, що в досліді вимірюється різниця потенціалів між зовнішнім електродом, потенціал якого приймається рівним нулю, і даною точкою поля.

Розрахуємо теоретично цю різницю потенціалів, використавши зв'язок між напруженістю поля та його потенціалом:

$$E = -\text{grad}\varphi.$$

У циліндричній системі координат ця рівність переписується так:

$$E(r) = -\frac{d\varphi(r)}{dr} = -\frac{dU}{dr},$$

звідки

$$U(r) = -\int_{r_1}^{r_2} E(r) dr = \frac{I}{2\pi\sigma d} \ln \frac{r_3}{r},$$

де  $r_3$  – радіус зовнішнього електрода.

Одержані вирази для  $U(r)$  і  $E(r)$  можна переписати у вигляді, зручному для дослідження, якщо замість  $\sigma$ ,  $I$ ,  $d$  ввести величини  $r_3$ ,  $r_{\text{вн}}$ ,  $U_0$ , що легко вимірюються експериментально ( $r_{\text{вн}}$  – радіус внутрішнього електрода,  $U_0$  – різниця потенціалів між зовнішнім і внутрішнім електродами):

$$U_0 = U(r_{\text{вн}}) = \frac{I}{2\pi\sigma d} \ln \frac{r_3}{r_{\text{вн}}}; \quad (5.3)$$

$$U(r) = \frac{U_0}{\ln \frac{r_3}{r_{\text{вн}}}} \ln \frac{r_3}{r}; \quad (5.4)$$

$$E(r) = \frac{U_0}{\ln \frac{r_3}{r_{\text{вн}}}} \cdot \frac{1}{r}. \quad (5.5)$$

Зміст даної роботи полягає у визначенні залежностей  $U = U(r)$  і  $E = E(r)$  дослідним шляхом та порівнянні отриманих результатів із залежностями, отриманими теоретично за формулами (5.4) і (5.5).

### 5.3. Опис експериментальної установки

Електрична схема установки для моделювання розподілу потенціалу й напруженості електростатичного поля, що має осьову симетрію, схематично зображена на рис. 5.1, де 1 – зовнішній електрод з радіусом  $r_3$ ; 2 – провідний папір; 3 – центральний електрод з радіусом  $r_{\text{вн}}$ ; 4 – зонд (електрод); 5 – мікроамперметр;  $R_d$  – додатковий опір до мікроамперметра. Електрична схема під'єднана до стабілізованого джерела живлення  $U$ .

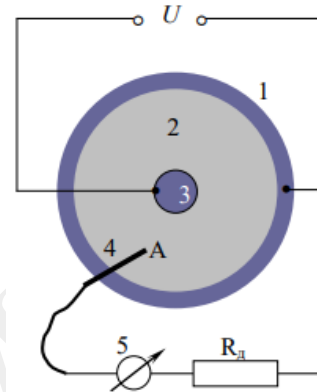


Рис. 5.1

Схема дає можливість виконувати вимірювання напруги між зовнішнім електродом 1 і якою-небудь точкою А провідного середовища 2. Вимірювальним приладом є мікроамперметр, який завдяки великому додатковому опорі  $R_d$  працює в режимі вольтметра. Оскільки додатковий опір  $R_d$  є великим у порівнянні з опором ділянки електропровідного паперу між точкою А і зовнішнім електродом, під'єднання вимірювального кола не вносить помітних викривлень у силу струму на цій ділянці і отже, у спад напруги  $U(r)$  між точкою А і зовнішнім електродом. Якщо знехтувати опором зони контакту між зондом і електропровідним папером, а також внутрішнім опором мікроамперметра порівняно з величиною  $R_d$ , то струм, що протікає через мікроамперметр:

$$I(r) = \frac{U(r)}{R_d},$$

де  $r$  - відстань від осі моделі до точки А.

За величиною сили струму  $I(r)$ , що протікає через мікроамперметр, для спаду напруги маємо:

$$U(r) = I(r)R_d. \quad (5.6)$$

З метою зменшення похибок при визначенні  $I(r)$  виміри треба виконати для точок, що розташовані на різних радіусах, але на однаковій відстані від осі моделі, і визначити середнє значення:

$$\langle I(r) \rangle = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n I_k(r). \quad (5.7)$$

Для спаду напруги остаточно матимемо такий вираз:

$$U(r) = \langle I(r) \rangle R_d.$$

Описана нами установка дає змогу змінювати  $r$  від 1 см (внутрішній електрод) до 8 см (зовнішній електрод) із кроком  $\Delta r = 1$  см. Значення  $R_d$  вказано на установці.

Використовуючи обчислені значення  $U(r)$ , можна знайти залежність напруженості поля в даній точці електропровідного паперу від відстані  $r$ . Для цього використовуємо залежність між  $E(r)$  і  $U(r)$ :

$$E(r) = \frac{U(r) - U(r + \Delta r)}{\Delta r}.$$

Оскільки в роботі спад напруги  $U(r)$  вимірюється в точках, що розташовані на відстані  $\Delta r = 0,01$  м одна від одної, то обчислення за останньою формулою дає середнє значення напруженості

між сусідніми точками, в яких проводилися вимірювання. Тому більш точно треба вважати, що напруженість поля обчислюється на середній відстані між точками:

$$E(r + 0,5\text{см}) = \frac{U(r) - U(r + 1\text{см})}{0,01\text{м}}, \quad (5.8)$$

яка виражена у В/м (якщо  $U(r)$  підставляти у вольтах).

#### 5.4. Порядок виконання роботи

1. Користуючись описом, ознайомитися з установкою. Підготувати установку до роботи. Для цього увімкнути джерело живлення на макеті.

2. Доторкнутися зондом до внутрішнього електрода і записати значення максимального струму  $I_0$ , що протікає через прилад. Очевидно, що максимальна різниця потенціалів між електродами буде  $U_0 = I_0 R_d$  ( $R_d$  – опір додаткового резистора, який вказаний на макеті).

3. Вибрати на електропровідному папері промінь (радіус). Установити зонд послідовно в точки цього радіуса на відстані 1, 2, 3, ..., 8 (рис.5.2) і записати відповідні покази мікроамперметра  $I_1(r)_1$  до другого стовпчика табл.5.1.

Зауваження. Під час вимірювання струму зонд потрібно ставити не на промінь, а поряд з ним на електропровідний папір. Зонд має бути притиснутий до паперу, щоб забезпечити добрий контакт. Про наявність контакту можна дізнатися, спостерігаючи за процесом досягнення струмом максимального значення.

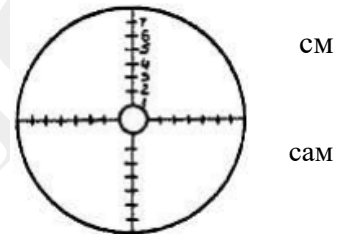


Рис.5.2

4. Повторити вимірювання, описані в п.3 на 2, 3, 4-му променях. Отримані значення  $I_2(r)_2$ ,  $I_2(r)_3$ ,  $I_2(r)_4$  занести до табл. 5.1.

5. Виміряти, користуючись лінійкою, радіуси внутрішнього  $r_{вн}$  та зовнішнього  $r_3$  електрода; занести дані до протоколу. Туди ж занести значення  $R_d$ , що вказується на установці.

#### 5.5. Обробка результатів вимірювань

1. Обчислити значення  $U_0 = I_0 R_d$ .

2. Обчислити:

а) для кожного значення  $r$  (1, 2, 3, ..., 8 см) середнє значення струму  $I(r)$  за формулою (5.7);

б) експериментальне значення різниці потенціалів  $U_{\text{експ}}(r) = \langle I(r) \rangle R_d$ ;

в) за формулою (5.4) теоретичне значення різниці потенціалів  $U_{\text{теор}}(r)$ .

Результати обчислень занести до табл. 5.1.

3. За формулою (5.8) розрахувати експериментальні значення  $E_{\text{екс}}$  для  $r = 1,5; 2,5; \dots; 7,5$  см. Результати занести до табл. 5.2.

4. За формулою (5.5) обчислити теоретичне значення  $E_{\text{теор}}$  для тих самих значень  $r$ , що і в п.3, і також занести їх до табл. 5.2.

5. Користуючись даними табл. 5.1, 5.2, побудувати графіки залежностей  $E_{\text{теор}}(r)$  і  $U_{\text{теор}}(r)$  і на цих графіках відмітити результати експерименту, виділяючи їх кружечками.

6. Оцінити середнє відносне відхилення експериментальних значень від теоретичних  $U$  і  $E$  (у відсотках).

Табл. 5.1.

Радіус $r$ , см	Струм $I(r)$ , мкА за променями				$\langle I(r) \rangle$ , мкА	$U(r)$ , В		$\left  \frac{U_{\text{теор}} - U_{\text{експ}}}{U_{\text{теор}}} \right  100\%$
	$I_1(r)$	$I_2(r)$	$I_3(r)$	$I_4(r)$		Теор	Експер	
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
Середнє значення								

Табл. 5.2

Радіус, см	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5	7,5
$E_{\text{теор}}$ , В/м							
$E_{\text{експ}}$ , В/м							
$\left  \frac{E_{\text{теор}} - E_{\text{експ}}}{E_{\text{теор}}} \right  100\%$							

Середнє значення  $\left| \frac{E_{\text{теор}} - E_{\text{експ}}}{E_{\text{теор}}} \right| 100\% =$

### 5.6. Контрольні запитання

1. Що таке напруженість і потенціал електростатичного поля? Як визначаються напруженість і потенціал поля, створеного точковим зарядом?
2. Що таке силові лінії та екіпотенціальні поверхні електростатичного поля?
3. Який зв'язок між напруженістю й потенціалом у даній точці електростатичного поля?
4. Яке поле називається потенціальним? Доведіть потенціальний характер електростатичного поля.
5. Що таке потік вектора? Як формулюється теорема Гаусса?
6. У чому полягає метод моделювання електростатичних полів за допомогою струмів у слабо провідному середовищі?
7. Як довести, що лінії струму ортогональні до екіпотенціальних поверхонь?
8. Як виводяться формули для  $E(r)$  і  $U(r)$  у даній роботі?
9. Як проводяться вимірювання у даній роботі?
10. Як обчислити  $E(r)$  за вимірними значеннями  $U(r)$ ?

### 5.7. Рекомендована література

1. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. [Загальний курс фізики](#). Т.2.–К.: “Техніка”, 2001. С. 27-52.
2. ФІЗИКА ДЛЯ БАКАЛАВРІВ. ЕЛЕКТРИКА І МАГНЕТИЗМ.  
<http://physics.zfftt.kpi.ua/mod/book/view.php?id=297&chapterid=346>  
<http://physics.zfftt.kpi.ua/mod/book/view.php?id=297&chapterid=347>  
<http://physics.zfftt.kpi.ua/mod/book/view.php?id=297&chapterid=348>