

Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Фізико-математичний факультет

Лабораторна робота № 2-14

**ВИВЧЕННЯ ВИМУШЕНИХ КОЛИВАНЬ У  
ПОСЛІДОВНОМУ КОЛИВНОМУ КОНТУРІ**

Виконана студ. групи \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Київ-2025

## Лабораторна робота № 2-14

# ВИВЧЕННЯ ВИМУШЕНИХ КОЛИВАНЬ У ПОСЛІДОВНОМУ КОЛИВНОМУ КОНТУРІ

**Мета роботи:** вивчити роботу послідовного коливного контуру, зняти його резонансні характеристики і визначити добротність контуру.

**Прилади та пристрої:** звуковий генератор типу ГЗ-36, електронний осцилограф, змінний резистор, котушка індуктивності.

### Теоретичні відомості

Схема послідовного коливного контуру зображена на рис.14.1. Для того, щоб у контурі відбулися вимушені коливання, потрібно ввімкнути послідовно з елементами контуру змінну ЕРС, яка створює на клеммах кола змінну напругу

$$U = U_m \cos \omega t.$$

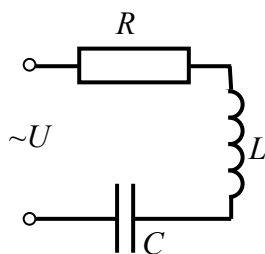


Рис. 14.1

Рівняння вимушених коливань у контурі має вигляд

$$\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2 q = \frac{U_m}{L} \cos \omega t,$$

де власна частота  $\omega_0$  коливань у контурі та коефіцієнт загасання  $\beta$  визначаються за формулами:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \quad \beta = \frac{R}{2L}.$$

У стаціонарному режимі зміна заряду на обкладках конденсатора описується рівнянням:

$$q = q_m \cos(\omega t - \psi),$$

де

$$q_m = \frac{U_m/L}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}; \quad \text{tg } \psi = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} = \frac{R}{(1/\omega C) - \omega L}.$$

Сила струму в контурі при сталих коливаннях змінюється за законом:

$$i = \dot{q} = \omega q_m \cos(\omega t - \varphi) = I_m \cos(\omega t - \varphi),$$

де  $\varphi = \psi - \pi/2$  – зсув фаз між струмом у контурі та прикладеною напругою  $U$ . Величини  $I_m$  та  $\varphi$  визначаються за формулами:

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}; \quad (14.1)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{1}{\operatorname{tg} \psi} = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R} \quad (14.2)$$

Сума напруг на елементах коливного контуру дорівнює напрузі, прикладеній ззовні:

$$U_R + U_C + U_L = U = U_m \cos \omega t,$$

де напруги на кожному з елементів контуру:

$$U_R = RI_m \cos(\omega t - \varphi);$$

$$U_C = \frac{q_m}{C} \cos(\omega t - \psi) = U_{Cm} \cos\left(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}\right);$$

$$U_C = U_{Lm} \cos\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right).$$

У цих формулах амплітуди напруг на конденсаторі та котушці зв'язані з амплітудою струму  $I_m$  виразами:

$$U_{Cm} = I_m \cdot \frac{1}{\omega C}; \quad U_{Lm} = I_m \cdot \omega L.$$

Фазові співвідношення між  $U_R$ ,  $U_C$ ,  $U_L$  зручно показати з допомогою векторної діаграми (рис. 14.2).

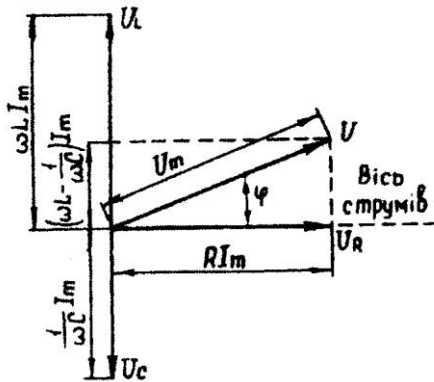


Рис. 14.2

Напруга на конденсаторі відстає за фазою від струму на  $\pi/2$ , а на котушці індуктивності випереджає струм на  $\pi/2$ . Напруга на активному опорі змінюється у фазі зі струмом. За умови  $\omega L > 1/\omega C$  прикладена до контуру напруга випереджає струм по фазі  $\varphi > 0$  (див.(14.2)); якщо ж  $\omega L < 1/\omega C$ , то струм випереджає напругу  $\varphi < 0$ . За умови  $\omega L = 1/\omega C$  струм у контурі визначатиметься значенням активного опору  $R$  і буде максимальним:

$$I_m = I_{m \text{ рез}} = \frac{U_m}{R}.$$

Це явище називається резонансом напруг. При описаних умовах напруга на конденсаторі  $U_C$  у кожний момент часу дорівнюватиме напрузі на котушці індуктивності  $U_L$ , а зсув фаз між ними дорівнює  $\pi$ . Резонансна частота для струму в контурі  $\omega_{\text{рез}}$  визначиться з умови, що  $\omega L = 1/\omega C$ :

$$\omega_{\text{рез}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0,$$

тобто резонансна частота для струму дорівнює власній частоті контуру. Крива залежності сили струму в контурі  $I_m$  від частоти зовнішнього джерела  $\omega$  (див. (14.1)) називається резонансною кривою струму (рис. 14.3). За умов резонансу максимум тим

вищий і гостріший, чим менше  $\beta$ , тобто – чим менший активний опір  $R$  і більша індуктивність  $L$ . При  $\omega=0$  сталий струм у колі з конденсатором проходити не може. Амплітудне значення напруги на конденсаторі  $U_{C_m}$  також залежить від частоти  $\omega$  зовнішнього джерела ЕРС. При цьому максимальне значення  $U_{C_m}$  досягається при частоті

$$\omega_{U_{\text{рез}}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}} \leq \omega_0,$$

яка називається резонансною частотою для напруги (очевидно, що резонансна частота менша, ніж власна частота  $\omega_0$ ). На рис. 14.4 зображені резонансні криві для напруги на конденсаторі при різних  $\beta$ . Якщо  $\omega \rightarrow 0$ , то резонансні криві сходяться в одній точці з координатою  $U_{C_m} = U_m$ .

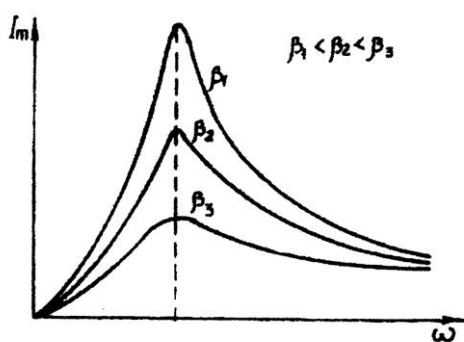


Рис. 14.3

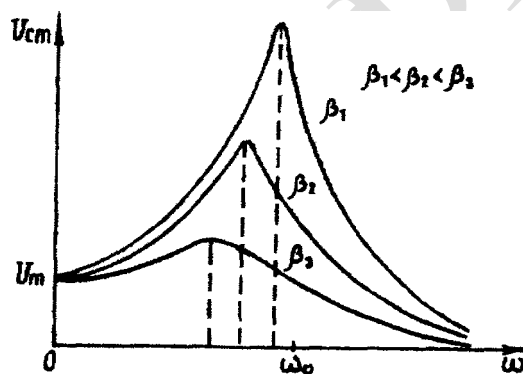


Рис. 14.4

Важливою характеристикою коливного контуру є його добротність  $Q$ . Це безрозмірна величина, що дорівнює добутку числа  $\pi$  та кількості коливань за час релаксації  $N_e$  (за час релаксації амплітуда коливань зменшується в  $e \approx 2,71$  разів):

$$Q = \pi N_e.$$

Добротність зв'язано з логарифмічним декрементом загасання  $\lambda$ :

$$Q = \frac{\pi}{\lambda}.$$

При малому загасанні ( $\beta \ll \omega_0$ ) добротність характеризує відносний показник втрати енергії у контурі за період:

$$Q = 2\pi \frac{W}{\Delta W},$$

де  $\Delta W$  – втрата енергії за один період,  $W$  – енергія в контурі у даний момент. Можна показати, що за умови  $\beta \ll \omega_0$  добротність обчислюється як

$$Q = \frac{U_{C_m \text{ рез}}}{U_m} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

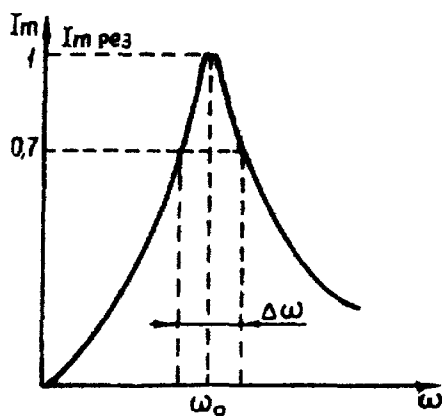


Рис. 14.5

Добротність контуру визначає також гостроту резонансних кривих. На рис. 14.5 зображено ширину резонансної кривої  $\Delta\omega$  для амплітуди струму, яка дорівнює 0,707 від напруги при резонансі що відповідає  $0,707^2 \approx 0,5$  потужності при резонансі. Можна показати, що у випадку малого загасання

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}, \quad (14.3)$$

тобто - чим менша ширина резонансної кривої, тим вища добротність коливного контуру.

## Опис експериментальної установки

Вивчення залежності амплітуди напруги на конденсаторі  $U_{Cm}$  коливального контуру від частоти  $\omega$  зовнішнього джерела ЕРС проводиться на установці, зображеній на рис. 14.6. Напруга з конденсатора  $C$  подається на вхід  $Y$  осцилографа (типу С1-19Б). Осцилограф працює в режимі розгортки. Як зовнішнє джерело змінної напруги використовується звуковий генератор ЗГ. Активний опір контуру є змінним (резистор  $R$ ).

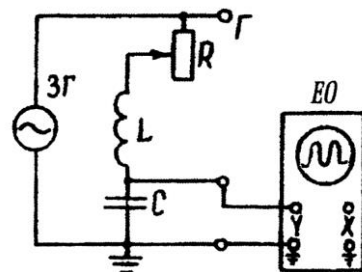


Рис. 14.6

## Виконання роботи

1. Увімкнути осцилограф і звуковий генератор в мережу і дати їм прогрітися 5...7 хв.
2. Встановити на виході генератора напругу до 10 В.
3. Підібрати підсилення осцилографа і його часову розгортку так, щоб на екрані спостерігалось 10-20 періодів розгортки.
4. Змінюючи частоту генератора, знайти резонансну частоту, за якої амплітуда напруги  $U_{Cm}$  буде максимальною  $U_{Cmрез}$ .
5. Для 8-10 значень частоти, виміряти амплітуду напруги  $U_{Cm}$ . Значення  $\omega$  і  $U_{Cm}$  занести до табл.14.1.
6. Повторити вимірювання, вказані в пп. 3-5, для 4-5 різних значень опору  $R$ . Дані для опору і результати вимірювання занести до таблиці 14.1.

7. Не змінюючи підсилення входу  $Y$  осцилографа, замість досліджуваної напруги  $U_{Cm}$  подати на цей вхід напругу – безпосередньо зі звукового генератора (клема 1). Визначити амплітудне значення напруги генератора  $U_m$  (також у поділках сітки екрана). Напруга  $U_m$  повинна слабо залежати від  $R$ , тому можна обмежитися вимірюванням цієї напруги лише для одного із значень опору.

## Обробка результатів вимірювань

1. За даними табл. 14.1 побудувати графіки резонансних кривих – залежності напруги на конденсаторі від циклічної частоти –  $U_{Cm}(\omega)$  для різних значень опору  $R$ .
2. На побудованих графіках визначити ширину  $\Delta\omega$  резонансних кривих на рівні 0,7 від максимального значення напруги (див. рис. 14.5) для різних значень опору  $R$ . За формулою (14.3) обчислити добротність і одержані значення занести у табл. 14.2. За даними табл. 14.2 побудувати графік залежності добротності від опору  $Q(R)$ .
3. Для різних  $R$  за формулою (14.4) обчислити добротність контуру (значення  $U_m$  взяти з вимірювань п.7.):

$$Q = \frac{U_{Cmpрез}}{U_m}. \quad (14.4)$$

Результати обчислень занести до табл. 14.2. На графіку  $Q(R)$  (див. п.2) проставити отримані точки і порівняти результати.

Таблиця 14.1

№	$R$	$R_1 =$	$R_2 =$	$R_3 =$	$R_4 =$
1	$\omega_1, \text{с}^{-1}$				
	$U_{1Cm}(\text{под.})$				
2	$\omega_2$				
	$U_{2Cm}$				
...	...				
	...				
Резонанс	$\omega_{рез}$				
	$U_{резCm}$				
...	...				
	...				
8	$\omega_8 \cdot 8$				
	$U_{8Cm}$				

Таблиця 14.2

	$R_1 =$	$R_2 =$	$R_3 =$	$R_4 =$
$\Delta\omega$				
$Q$ (за графіком)				
$Q$ (за форм.14.4)				

## Контрольні запитання

1. Скласти рівняння сталих вимушених коливань у послідовному контурі. Яким є розв'язок цього рівняння?
2. Які фазові співвідношення існують між силою струму та напругою на ємності та індуктивності в послідовному коливальному контурі при вимушених коливаннях?
3. Який вигляд має векторна діаграма напруг для контуру при вимушених коливаннях? Від чого залежить зсув фаз струму і напруги в послідовному коливальному контурі?
4. Що таке резонанс напруг? Який вигляд мають резонансні криві напруги на конденсаторі у послідовному коливальному контурі?
5. При якій частоті амплітуда напруги на конденсаторі досягає максимального значення? Чому дорівнює ця напруга?
6. Який вигляд має векторна діаграма напруг при резонансі?
7. Ще таке: а) добротність контуру; б) час релаксації; в) логарифмічний декремент загасання? Від який параметрів залежать ці величини?
8. Як змінюються резонансні криві із зміною добротності?
9. Як проводиться експеримент з метою отримання результатів, необхідних для побудови резонансних кривих напруги?
10. Що таке ширина резонансної кривої і яку інформацію можна одержати, визначивши її?
11. За якої різниці фаз двох взаємно перпендикулярних коливань, що додаються, результуючий рух відбуватиметься а) вздовж прямої; б) по колу?

## Література

1. Бушок Г. В. Венгер. Курс фізики : у 3 кн. Кн. 2. Електрика і магнетизм: Навч. посіб. – К: Вища школа, 2003. §§88-89. С. 222 – 227.  
[https://pdf.lib.vntu.edu.ua/books/2015/Byshok\\_P2\\_2003\\_278.pdf](https://pdf.lib.vntu.edu.ua/books/2015/Byshok_P2_2003_278.pdf)
2. Кучерук І.М. та ін. Загальний курс фізики: У 3 т.: Навч. посіб. для студ. вищ. техн. і пед. закл. освіти / І. М. Кучерук, І.Т. Горбачук, П.П. Луцик; К.: Техніка, 1999. Том 2: §11.2 – 11.4; 12.1 -12.2.  
[https://drive.google.com/file/d/1TRVxqHhyCZrrGaBDl2AVPOMbfae3huvV/view?usp=drive link](https://drive.google.com/file/d/1TRVxqHhyCZrrGaBDl2AVPOMbfae3huvV/view?usp=drive_link)
3. Walker, J. Fundamentals of physics / Jearl Walker, David Halliday, Robert Resnick. 15-6 FORCED OSCILLATIONS AND RESONANCE pp. 432 – 434; 31-3 FORCED OSCILLATIONS OF THREE SIMPLE CIRCUITS pp. 912 – 916. [https://dn721607.ca.archive.org/0/items/fundamentals-of-physics/Fundamentals-of-Physics-Textbook-booksfree.org\\_.pdf](https://dn721607.ca.archive.org/0/items/fundamentals-of-physics/Fundamentals-of-Physics-Textbook-booksfree.org_.pdf)
4. В.П. Бригінець, С.О. Подласов. КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ. Загасаючі та вимушені механічні коливання. <https://physics.zfftt.kpi.ua/mod/book/view.php?id=299&chapterid=52>