

Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Фізико-математичний факультет

Лабораторна робота № 1-1

**Вивчення теорії обробки результатів вимірювань у фізичній  
лабораторії**

Виконана студ. групи \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

КПІ-2025

## Лабораторна робота № 1-1

### Вивчення теорії обробки результатів вимірювань у фізичній лабораторії

#### Вступ

Вимірюванням називають послідовність експериментальних операцій для знаходження фізичної величини, що характеризує об'єкт чи явище. Виміряти – значить порівняти вимірювану величину з іншою, однорідною з нею величиною, прийнятою за еталон.

Результат буд-якого вимірювання відрізняється від істинного значення фізичної величини. Це зумовлене тим, що при вимірюваннях завжди наявна певна похибка. Похибка результатів вимірювання визначається багатьма факторами, вплив кожного з яких може бути більшим або меншим.

У лабораторній роботі ви навчитесь обчислювати випадкові похибки та похибки непрямих вимірювань.

#### 1.1. Випадкові похибки

Будь-яке вимірювання завершується визначенням ступеня наближення знайденого значення до істинного або до істинного середнього. Істинним середнім характеризуються величини, що носять статистичний характер, наприклад, середній зріст людини, середня енергія молекул газу тощо. Такі ж параметри, як маса тіла або його об'єм, характеризуються істинним значенням. У цьому випадку можна говорити про ступінь наближення знайденого середнього значення фізичної величини до її істинного значення.

Виміри можуть бути як прямими, коли шукану величину знаходять безпосередньо за дослідними даними, так і непрямими, коли остаточну відповідь на запитання знаходять через відомі залежності між фізичною величиною, що нас цікавить, і величинами, які можна отримати експериментально за допомогою прямих вимірювань.

У фізиці маятником вважають таке тверде тіло, яке коливається під дією сили тяжіння навколо нерухомої точки або осі. Розрізняють математичний і фізичний маятники.

Математичним маятником називають ідеалізовану систему, що складається з невагомої й нерозтяжної нитки довжини  $l$ , на якій підвішена матеріальна точка маси  $m$ , що може коливатися відносно точки підвісу  $O$  (рис.1.1). Достатньо коректним наближенням до математичного маятника служить невелика важка куля, підвішена на довгій тонкій малорозтяжній нитці.

За малих кутів відхилення від положення рівноваги і при настільки малому терті, що ним можна знехтувати, математичний маятник здійснює гармонічні коливання, період яких визначається довжиною  $l$  маятника та прискоренням вільного падіння  $g$ :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

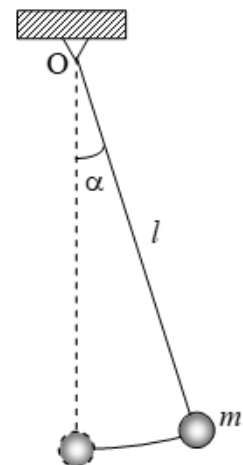


Рис. 1.1

Період коливань маятника може бути обчислений за формулою або вимірянний за допомогою секундоміра.

Вимірювання періоду коливань математичного маятника за допомогою секундоміра – це пряме вимірювання. При їх здійсненні на одержані результати впливають різноманітні фактори, тому ці результати є тільки певним наближенням до істинного значення. Найкращім наближення до істинного можна одержати, вимірявши період декілька разів і визначивши середнє значення періоду  $\langle T \rangle$ . Ступінь наближення оцінюють, обчисливши похибки.

Для успішного виконання цієї роботи попередньо необхідно ознайомитися з коротким викладом “Теорії похибок і обробки результатів вимірювань у фізичній лабораторії”.

## 1.2. Опис установки та метод вимірювання

Установка є важкою кулею, яка підвішується на малорозтягнутому дроті, довжина якого набагато більша за розміри кулі. Час вимірюють електронним секундоміром з точністю до 0,01 с.

Якщо виміряти час  $\Delta t_i$  п'яти повних коливань, то значення періоду коливань обчислюється за формулою:

$$T_i = \frac{\Delta t_i}{5}. \quad (1.1)$$

Для того, щоб коливання можна було вважати гармонічними (такими, що відбуваються за законом косинуса чи синуса), маятник слід відхиляти на невеликі кути (близько  $6^\circ$ ).

## 1.3. Послідовність виконання роботи

1. Підготувати таблиці, аналогічні табл.1.1 та табл.1.2, які показані нижче. (При можливості таблиці готуються в програмі MS Excel при цьому можна запрограмувати обчислення необхідних величин згідно із формулами, які наведені у нижній частині таблиць).
2. Привести маятник у коливний рух. Секундоміром виміряти час п'яти коливань, записати результат з точністю до 0,01 с в табл.1.1.  
Виконати 50 таких вимірювань.  
Одержані результати скопіювати в табл.1.2.
2. Виконати ще одну серію з 50-ти вимірювань і одержані результати занести у таблицю 1.2, починаючи з рядка 51.
3. Записати ціну поділки секундоміра:  $\delta = \dots\dots\dots$

## 1.4. Обробка результатів вимірювань

1. За формулою (1.1) розрахувати з точністю до 0,001 с період коливань для кожного з 50-ти вимірювань. Результати розрахунків занести до табл. 1.1.

2. Обчислити середнє значення періоду  $\langle T \rangle = \frac{T_1 + T_2 + T_3 + \dots}{50} = \frac{\sum_{i=1}^{50} T_i}{50}$ . Результати

занести в таблицю 1.1.

3. Обчислити відхилення кожного значення періоду від середнього значення  $\Delta T_i = T_i - \langle T \rangle$  та його квадрат  $(\Delta T_i)^2$  і занести дані в таблицю 1.1.

4. Дії, вказані в пунктах 1 – 3 виконати для даних таблиці 1.3.

5. За даними таблиць 1.1 та 1.3 підрахувати  $\Delta n$  кількість відхилень  $\Delta T_i$ , які попадають у вузькі інтервали рівної ширини 0,01 с, від -0,10 с до +0,10 с. Одержані значення занести до таблиць 1.2 (50 вимірювань) та 1.4 (100 вимірювань).

6. Підрахувати відносну кількість значень  $\Delta n/n$ , що потрапили до кожного з інтервалів (1, 2, 3, ...20), розділивши  $\Delta n$  табл. 1.2 на  $n = 50$ , а  $\Delta n$  табл. 1.4 на  $n = 100$ . Результати занести до табл. 1.5.

7. Побудувати гістограми для серій з 50-ти і 100-та вимірювань. На вертикальній осі гістограми відкладається значення  $\Delta n/n$ , а на горизонтальній осі – значення випадкової величини відхилень  $\Delta T_i$  за інтервалами. Зразок гістограми для  $n = 50$  зображений на рис.1.2.

8. Обчислити вибірковий стандарт середнього (середню квадратичну похибку середнього)  $S_{\langle T \rangle}$  для  $n = 50$  та  $n = 100$  за формулою:

$$S_{\langle T \rangle} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (T_i - \langle T \rangle)^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta T_i^2}{n(n-1)}}.$$

9. Обчислити сумарне стандартне відхилення, зумовлене систематичними похибками, за формулою

$$\sigma_{\langle T \rangle \Sigma} = \frac{\sigma_{\langle \Delta T \rangle}}{m} = \frac{\delta}{m\sqrt{12}},$$

де  $\delta$  – ціна поділки секундоміра,  $m = 5$  (кількість коливань).

10. Перевірити виконання правила трьох сигм та записати кінцевий результат відповідно до вказівок розділу «Теорія похибок і обробка результатів вимірювань у фізичній лабораторії». Для розрахунків скористатися даними табл. 1.1 та 1.3.

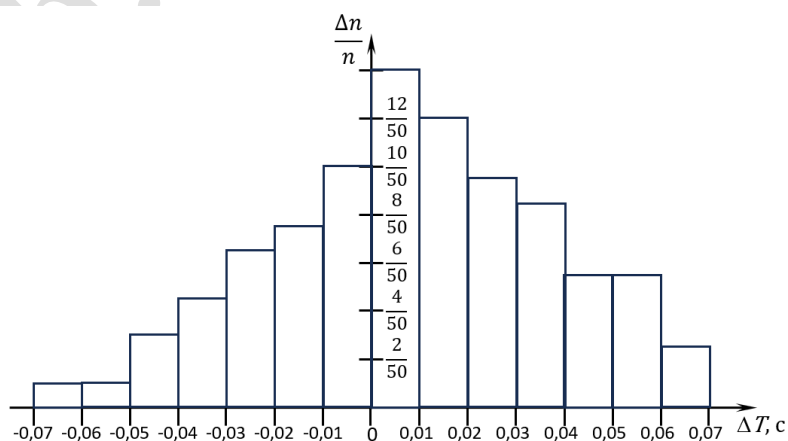


Рис. 1.2

Таблиця 1.1 (для n = 50)

Номер досліджу $n$	Час п'яти коливань $\Delta t_i, c$	Період $T_i = \frac{\Delta t_i}{5}, c$	$\Delta T_i = T_i - \langle T \rangle, c$	$\Delta T_i^2, c^2$
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				
21				
22				
23				
24				
25				
26				
27				
28				
29				
30				
31				
32				
33				
34				
35				
36				
37				
38				
39				
40				
41				
42				
43				

44				
45				
46				
47				
48				
49				
50				
		$\sum_{i=1}^{50} T_i =$		$\sum_{i=1}^{50} (\Delta T_i)^2 =$
		$\langle T \rangle = \frac{\sum_{i=1}^{50} T_i}{50} =$		$\frac{\sum_{i=1}^{50} (\Delta T_i)^2}{49 \cdot 50} =$

Таблиця 1.2 (для  $n = 50$ )

Інтервал відхилень $\Delta T_i$	$-0,10 \leq \Delta T_i < -0,09$	$-0,09 \leq \Delta T_i < -0,08$	$-0,08 \leq \Delta T_i < -0,07$	$-0,07 \leq \Delta T_i < -0,06$	$-0,06 \leq \Delta T_i < -0,05$
№	1	2	3	4	5
Інтервал відхилень $\Delta T_i$	$-0,05 \leq \Delta T_i < -0,04$	$-0,04 \leq \Delta T_i < -0,03$	$-0,03 \leq \Delta T_i < -0,02$	$-0,02 \leq \Delta T_i < -0,01$	$-0,01 \leq \Delta T_i < -0$
№	6	7	8	9	10
Інтервал відхилень $\Delta T_i$	$0,0 \leq \Delta T_i < 0,01$	$0,01 \leq \Delta T_i < 0,02$	$0,02 \leq \Delta T_i < 0,03$	$0,03 \leq \Delta T_i < 0,04$	$0,04 \leq \Delta T_i < 0,05$
№	11	12	13	14	15
Інтервал відхилень $\Delta T_i$	$0,05 \leq \Delta T_i < 0,06$	$0,06 \leq \Delta T_i < 0,07$	$0,07 \leq \Delta T_i < 0,08$	$0,08 \leq \Delta T_i < 0,09$	$0,09 \leq \Delta T_i < 0,10$
№	16	17	18	19	20

Таблиця 1.3 (для  $n = 100$ )

Номер досліду $n$	Час п'яти коливаний $\Delta t_i$ , с	Період $T_i = \frac{\Delta t_i}{5}$ , с	$\Delta T_i = T_i - \langle T \rangle$ , с	$\Delta T_i^2$ , с <sup>2</sup>
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				

9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				
21				
22				
23				
24				
25				
26				
27				
28				
29				
30				
31				
32				
33				
34				
35				
36				
37				
38				
39				
40				
41				
42				
43				
44				
45				
46				
47				
48				
49				
50				
51				
52				
53				
54				
55				

56				
57				
58				
59				
60				
61				
62				
63				
64				
65				
66				
67				
68				
69				
70				
71				
72				
73				
74				
75				
76				
77				
78				
79				
80				
81				
82				
83				
84				
85				
86				
87				
88				
89				
90				
91				
92				
93				
94				
95				
96				
97				
98				
99				
100				

		$\sum_{i=1}^{50} T_i =$		$\sum_{i=1}^{50} (\Delta T_i)^2 =$
		$\langle T \rangle = \frac{\sum_{i=1}^{50} T_i}{100} =$		$\frac{\sum_{i=1}^{50} (\Delta T)^2}{99 \cdot 100} =$

Таблиця 1.4 (для  $n = 100$ )

Інтервал відхилень $\Delta T_i$	$-0,10 \leq \Delta T_i < -0,09$	$-0,09 \leq \Delta T_i < -0,08$	$-0,08 \leq \Delta T_i < -0,07$	$-0,07 \leq \Delta T_i < -0,06$	$-0,06 \leq \Delta T_i < -0,05$
№	1	2	3	4	5
Інтервал відхилень $\Delta T_i$	$-0,05 \leq \Delta T_i < -0,04$	$-0,04 \leq \Delta T_i < -0,03$	$-0,03 \leq \Delta T_i < -0,02$	$-0,02 \leq \Delta T_i < -0,01$	$-0,01 \leq \Delta T_i < -0$
№	6	7	8	9	10
Інтервал відхилень $\Delta T_i$	$0,0 \leq \Delta T_i < 0,01$	$0,01 \leq \Delta T_i < 0,02$	$0,02 \leq \Delta T_i < 0,03$	$0,03 \leq \Delta T_i < 0,04$	$0,04 \leq \Delta T_i < 0,05$
№	11	12	13	14	15
Інтервал відхилень $\Delta T_i$	$0,05 \leq \Delta T_i < 0,06$	$0,06 \leq \Delta T_i < 0,07$	$0,07 \leq \Delta T_i < 0,08$	$0,08 \leq \Delta T_i < 0,09$	$0,09 \leq \Delta T_i < 0,10$
№	16	17	18	19	20

Таблиця 1.5

Інтервал и відхилен ь за номера и №	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$\Delta n_i/n$ для $n = 50$																				
$\Delta n_i/n$ для $n = 100$																				

Результати обчислень похибок:

$S_{\langle T \rangle} =$	$\sigma_{\Sigma} =$
---------------------------	---------------------

Остаточний результат: .....

Довірча ймовірність .....

Коефіцієнт Стюдента.....

$$T = \pm \text{ ,с.}$$

Таблиця коефіцієнтів Стюдента

n (кількість вимірів)	Ймовірність довіри					
	0.7	0.75	0.8	0.9	0.95	0.99
2	1.96	2.41	3.08	6.31	12.706	63.66
3	1.39	1.60	1.89	2.92	4.30	9.92
4	1.25	1.42	1.64	2.35	3.18	5.84
10	1.1	1.23	1.38	1.83	2.26	3.25
15	1.08	1.20	1.34	1.76	2.14	2.98
20	1.07	1.19	1.33	1.73	2.09	2.86
30	1.05	1.17	1.31	1.70	2.05	2.76
50	1.05	1.16	1.30	1.68	2.01	2.68
100	1.04	1.16	1.29	1.66	1.98	2.63

### Контрольні запитання

1. Що називають математичним маятником?
2. Які коливання називаються гармонічними? Виведіть формулу періоду коливань математичного маятника.
3. Чому при виконанні даної роботи коливання мають бути малими?
4. Назвіть типи вимірів та наведіть класифікацію похибок вимірювань.
5. Що відображає гістограма?
6. Як будується гістограма?
7. Вибіркове середнє результатів прямих вимірів.
8. Виведіть формули для  $\sigma_{\langle g \rangle \Sigma}$  і  $S_{\langle g \rangle}$ .
9. Як обчислюється похибка непрямих вимірів?

### Література

1. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Т.1. "Техніка", – К.,1999.
2. [Савченко Д. В. МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ до виконання лабораторних робіт з навчальних дисциплін «Загальна фізика. Частина 1», «Загальна фізика. Частина 2». Електронне мережне видання Київ КПІ ім. Ігоря Сікорського 2023.](#)
3. [Г. Ю. Лаванов, Г. Б. Бордюг, І. А. Сліпухіна. Фізика. Теорія похибок: Лабораторний практикум. К. : НАУ, 2012.](#)

