

Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Фізико-математичний факультет

Лабораторна робота № 2-13

**ДОСЛІДЖЕННЯ ВІЛЬНИХ ЗАГАСАЮЧИХ  
КОЛИВАНЬ У КОНТУРІ**

Виконана студ. групи \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Київ-2022

## Лабораторна робота № 2-13

# ДОСЛІДЖЕННЯ ВІЛЬНИХ ЗАГАСАЮЧИХ КОЛИВАНЬ У КОНТУРІ

**Мета роботи:** ознайомитися з роботою генератора релаксаційних коливань і дослідити характеристики загасаючих коливань у коливному контурі.

**Прилади та пристрої (реальна робота):** установка для вивчення загасаючих і релаксаційних коливань, джерело струму установки УІП-2, електронний осцилограф С1-20.

## Теоретичні відомості

### 1. Загасаючі коливання

Електричні коливання можна створити у системі, яка називається **КОЛИВНИМ КОНТУРОМ**. Реальний коливний контур складається з послідовно з'єднаних конденсатора  $C$ , котушки індуктивності  $L$  і резистора  $R$  (рис. 13.1). Якщо в такому контурі зарядити конденсатор, то при відсутності зовнішніх електрорушійних сил конденсатор почне розряджатися, і контуром буде проходити змінний у часі струм. Як тільки заряд конденсатора стане рівним нулю, струм у контурі сягне максимуму. Потім він почне зменшуватися, не змінюючи свого напрямку, що призведе до перезарядки конденсатора. Причиною плавної зміни струму в контурі є ЕРС самоіндукції, яка виникає в котушці при зміні сили струму в контурі. Ця ж ЕРС спричинить і перезарядку конденсатора, отже, в контурі виникнуть коливання. Якщо активний опір у контурі дорівнює нулю, то коливання в контурі будуть незагасаючі, тобто можуть продовжуватися нескінченно довго (рис. 13.2а).

Періодично змінюється в коливному контурі не тільки заряд конденсатора  $q$ , але й сила струму  $i$ , напруга на обкладках конденсатора  $U_C$  та ін.

У реальному контурі його активний опір не дорівнює нулю, тому завжди існують втрати електричної енергії, пов'язані з нагріванням провідників. У результаті в такому контурі амплітуда коливань буде поступово загасати, і коливання з часом зникнуть. Такі коливання називаються загасаючими (рис. 3.2б). Чим більший активний опір контуру, тим інтенсивніше загасання (рис. 13.2 в). Якщо

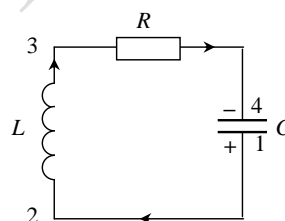


Рис. 13.1

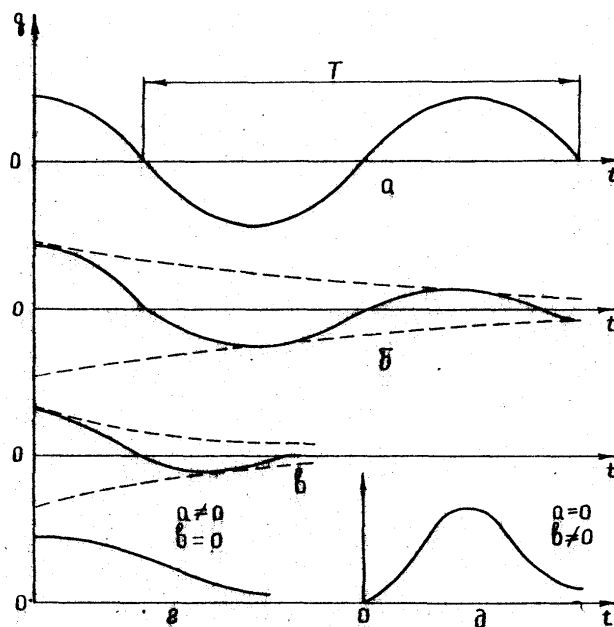


Рис. 13.2

активний опір контуру більший за деяке значення, що називається критичним  $R_k$ , то коливання в контурі збуджуватися не будуть. Заряд конденсатора за цих умов буде монотонно зменшуватися і асимптотично прямувати до нуля, при  $t \rightarrow \infty$ . Залежно від початкових умов, процес розрядки конденсатора за умови  $R > R_k$  буде йти кривою, як на рис. 13.2 г, або кривою, як на рис. 13.2 д. Такий процес називається аперіодичним.

Виведемо рівняння електричних коливань у контурі за наявності активного опору. Припустимо, що в контурі виконується умова квазістаціонарності (див. п.21.1), тобто миттєве значення сили струму однакове в будь-якому перерізі контуру. Умова квазістаціонарності виконуватиметься, якщо

$$\tau = \frac{l}{c} \ll T,$$

де  $\tau$  – час поширення електромагнітного поля колом контуру;  $l$  – довжина кола (провідників) контуру;  $c$  – швидкість світла у вакуумі;  $T$  – період електричних коливань у контурі.

Застосуємо до контуру закон електромагнітної індукції у формі, запропонованій Максвелом: змінне в часі магнітне поле збуджує в просторі електричне поле, циркуляція вектора напруженості якого замкнутим нерухомим контуром  $l$  дорівнює швидкості зміни магнітного потоку крізь довільну поверхню, що натягнена на даний контур:

$$\oint_l \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (13.1)$$

Застосуємо формулу (13.1) до контуру, зображеного на рис.13.1. Один із напрямів обходу контуру струму виберемо за додатний (на рис. 13.1 він позначений стрілкою). Циркуляцію вектора  $E$  замкнутим контуром 1-2-3-4-1 знайдемо, як суму інтегралів виду  $\int \vec{E} d\vec{l}$ , обчислених для окремих ділянок цього контуру:

$$\oint_{(l)} \vec{E} d\vec{l} = \int_{1-2-3-4} \vec{E} d\vec{l} + \int_{4-1} \vec{E} d\vec{l}.$$

Виконання умови квазістаціонарності струму дозволяє застосувати до ділянки 1-2-3-4 закон Ома:

$$\vec{j} = \frac{\vec{E}}{\rho} \quad (13.2)$$

де  $\vec{j}$  – густина струму,  $\rho$  – питомий опір. Тоді

$$\int_{1-2-3-4} \vec{E} d\vec{l} = \int \rho j_n dl = \int \rho \frac{i}{S} dl = i \int \rho \frac{dl}{S} = iR,$$

де  $S$  – площа поперечного перерізу провідника;  $R$  – омичний опір ділянки 1-2-3-4, що складається з опору котушки, провідників і додатково ввімкнених на цій ділянці резисторів (якщо вони є). Повний опір показаний на рис. 13.1 ніби зосередженим в одному місці (резистор  $R$ ). Інтеграл на ділянці 4-1 дорівнює напрузі  $U_c$  між обкладками конденсатора, тобто

$$\int_{1-4} \vec{E} d\vec{l} = -\int E_i dl = \int dU = U_c = \frac{q}{C}, \quad (13.3)$$

де  $q$  - заряд,  $C$  - ємність конденсатора.

Враховуючи формули (13.2) і (13.3), рівняння (13.1) можна подати у вигляді

$$\frac{d\Phi}{dt} + iR + \frac{q}{C} = 0.$$

Для квазістаціонарних струмів  $\Phi = Li$ , тому при  $L = \text{const}$  маємо

$$L \frac{di}{dt} + iR + \frac{q}{C} = 0.$$

Якщо взяти до уваги рівності

$$i = \frac{dq}{dt} = \dot{q} \quad \text{і} \quad \frac{di}{dt} = \ddot{q},$$

то рівняння коливного контуру для вільних електричних коливань із загасанням матиме вигляд

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{q}{C} = 0 \quad (13.4)$$

або

$$\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2 q = 0,$$

де  $\beta = R/2L$  - коефіцієнт загасання;  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$  - власна частота коливань контуру.

Розв'язок рівняння (13.4) залежатиме від співвідношення між  $\beta$  і  $\omega_0$ . Розглянемо можливі випадки цього співвідношення.

Випадок 1.  $\beta^2 < \omega_0^2$ , тобто  $\frac{R^2}{4L^2} < \frac{1}{LC}$ , що відповідає слабкому загасанню.

Розв'язок рівняння (13.4) за такої умови

$$q = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha), \quad (13.5)$$

де  $q_0$  - максимальний заряд конденсатора;  $\alpha$  - початкова фаза коливання;  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ . Графік функції (13.5) показаний на рис. 13.2 б. Частота загасаючих коливань визначається параметрами контуру:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}. \quad (13.6)$$

**За відсутності загасання** ( $R = 0$ ) частота визначається за формулою

$$\omega = \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad (13.7)$$

і називається власною частотою коливань контуру. Період власних коливань  $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$  (формула Томсона). Для незагасаючих коливань розв'язок рівняння (13.4) має такий вигляд:

$$q = q_0 \cos(\omega_0 t + \alpha). \quad (13.8)$$

Графік незагасаючих гармонічних коливань зображений на рис. 13.2 а. У випадку малого загасання коливання в контурі, що здійснюються з частотою  $\omega$  і амплітудою  $A = q_0 e^{-\beta t}$ , також можна вважати гармонічними. Амплітуда зменшується з часом за експоненціальним законом. Незважаючи на те, що загасаючі коливання насправді не є періодичними, для них також можна ввести поняття **періоду** як проміжку часу між двома послідовними проходженнями величини  $q$  через максимум або мінімум. Період:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (13.9)$$

Швидкість загасання коливань можна охарактеризувати часом загасання  $\tau$ , протягом якого амплітуда коливань  $A$  зменшиться в  $e$  разів:

$$\tau = \frac{1}{\beta}. \quad (13.10)$$

Справді, якщо в момент часу  $t$  амплітуда дорівнює  $q_0 e^{-\beta t}$ , а в момент часу  $(t + \tau) - q_0 e^{-\beta(t+\tau)}$ , то можна записати

$$\frac{q_0 e^{-\beta t}}{q_0 e^{-\beta(t+\tau)}} = e,$$

звідки

$$e^{\beta\tau} = e; \quad \tau = \frac{1}{\beta}.$$

Для характеристики процесу загасання можна також скористатися величиною  $N_e$ , що показує скільки коливань встигне зробити система за час  $\tau$ , протягом якого амплітуда зменшиться в  $e$  разів:

$$N_e = \frac{\tau}{T} = \frac{1}{\beta T}. \quad (13.11)$$

У вивченні механічних та електричних коливань широко користуються поняттям логарифмічного декременту загасання  $\lambda$ , який визначається, як логарифм відношення двох послідовних максимальних значень заряду:

$$\lambda = \ln \frac{A_n}{A_{n+1}} = \ln \frac{q_0 e^{-\beta t}}{q_0 e^{-\beta(t+\tau)}} = \beta T \quad (13.12)$$

Величини  $\beta$ ,  $\tau$ ,  $N_e$ ,  $\lambda$ , що характеризують загасаючі коливання, пов'язані між собою співвідношенням

$$\beta = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{N_e T} = \frac{\lambda}{T}.$$

У радіотехніці якість контурів часто оцінюють їх добротністю:

$$Q = \frac{\pi}{\lambda} = \pi N_e. \quad (13.13)$$

Добротність контуру тим більша, чим менше загасання коливань у ньому.

**Випадок 2.**  $\beta^2 = \omega_0^2$ . У цьому випадку розв'язком рівняння (13.4) є функція

$$q = (a + bt)e^{-\beta t}, \quad (13.14)$$

де  $a, b$  – сталі інтегрування. Таким чином, у цьому випадку коливань не виникає.

Залежно від значень  $a, b$  функція  $q(t)$  буде або не буде проходити через максимум (один раз). За умови  $t \rightarrow \infty$  величина  $q$  асимптотично прямує до нуля. Такий процес називається **аперіодичним**, його графік зображений на рис. 13.2. г, д. Умова  $\beta = \omega_0$  реалізується при  $\frac{R^2}{4L^2} = \frac{1}{LC}$ , тобто

при опорі кола  $R_k = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ , який називають **критичним**.

**Випадок 3.**  $\beta^2 > \omega_0^2$ . У цьому випадку, так само як і випадку 2, коливання у контурі не виникають і заряд конденсатора експоненціально зменшуються, тобто процес розряду має аперіодичний характер.

## 2. Генератор релаксаційних коливань

Генератор релаксаційних коливань – це генератор електричних коливань, що не містить коливних систем (контурів, чи резонаторів) і перетворює за допомогою активних пристроїв (електронної лампи, газорозрядних або напівпровідникових приладів і т. ін.) енергію джерел постійної напруги на енергію коливань, період яких визначається часом релаксації кола системи. Якщо в коливному контурі за один період відбувається відновлення тільки незначних втрат енергії, то в генераторі релаксаційних коливань за один період витрачається вся або майже вся енергія системи. Генератор релаксаційних коливань може генерувати коливання різної форми.

Схема найпростішого генератора релаксаційних коливань зображена на рис.13.3.

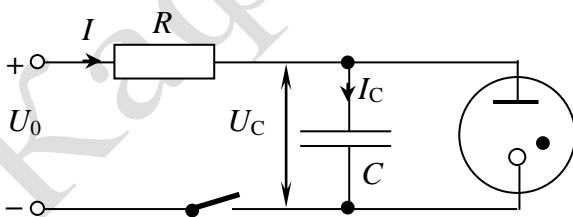


Рис. 13.3

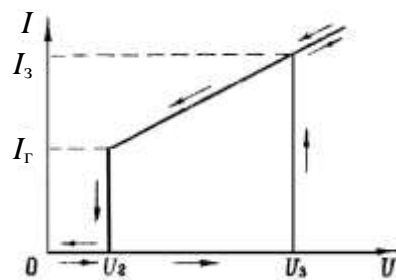


Рис. 13.4

Газорозрядна лампа шунтується ємністю  $C$  і живиться від джерела постійного струму через резистор  $R$ . Газорозрядна лампа має властивість "запалюватися" тільки при достатньо великій напрузі  $U_3$  (так званій "напрузі запалення") і гасне при деякій меншій напрузі – "напрузі гасіння"  $U_r$ . Ідеалізована вольт-амперна характеристика газорозрядної лампи зображена на рис.13.4. При напрузі на лампі  $U < U_3$  струм через лампу не проходить ( $I = 0$ ). Нехтуючи тривалістю процесів, що відбуваються в лампі, можна вважати, що за умови  $U = U_3$  у лампі миттєво виникає струм  $I_3$ . Під час наступного збільшення напруги сила струму збільшується майже лінійно. Якщо зменшувати напругу на лампі, то за

умови  $U = U_3$  лампа не згасне. При подальшому зменшенні напруги в інтервалі  $U_r < U < U_3$  струм продовжує зменшуватися. За умови  $U = U_r$  лампа згасне і струм стрімко спаде до нуля.

Нехай на початку досліду вимикач розімкнутий і  $U = 0$ . Із замиканням вимикача конденсатор почне заряджатися через резистор  $R$ , і напруга  $U$  збільшуватиметься. Як тільки вона досягне значення напруги запалення  $U_3$  лампа почне проводити електричний струм і це буде спричинювати розрядку конденсатора (за умови  $R > R_{кр} = (\mathcal{E} - U_r)/I_r$ ).

Як тільки напруга на конденсаторі зменшиться до величини  $U_r$ , лампа згасне, і конденсатор знову почне заряджатися. Крива напруги на конденсаторі, як функція часу, зображена на рис. 13.5.

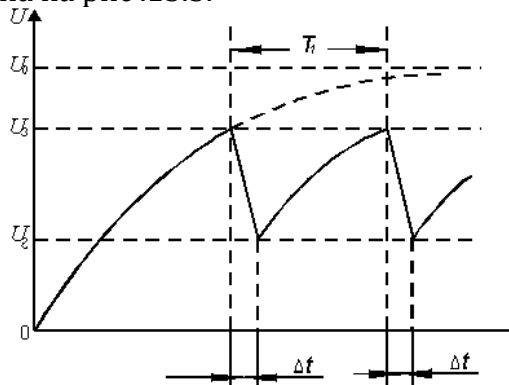


Рис. 13.5

Період коливань генератора  $T_1$  приблизно дорівнює часу зарядки конденсатора від напруги  $U_r$  до напруги  $U_3$ . Для обчислення періоду запишемо друге правило Кірхгофа для кола генератора при згасній газорозрядній лампі ( $I_c = I$ ):

$$U_0 = RI + U_c = R \frac{dq}{dt} + U_c = RC \frac{dU_c}{dt} + U_c,$$

де  $U_0$  – напруга джерела живлення. Цей вираз можна переписати так:

$$RC \frac{dU_c}{dt} = U_0 - U_c,$$

$$RC \frac{dU_c}{U_0 - U_c} = dt.$$

Проінтегруємо одержаний вираз від  $U_r$  до  $U_3$ :

$$\int_{U_r}^{U_3} RC \frac{dU_c}{U_0 - U_c} = \int_0^{T_1} dt \Rightarrow -RC \ln(U_0 - U_c) \Big|_{U_r}^{U_3} = T_1,$$

звідки

$$T_1 = RC \ln \frac{U_0 - U_r}{U_0 - U_3}.$$

## Опис експериментальної установки

Принципова схема установки зображена на рис. 13.6.

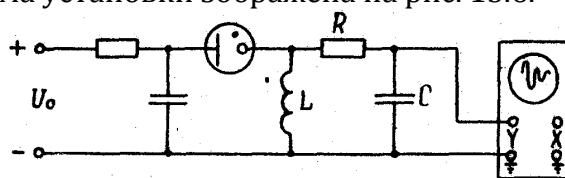


Рис. 13.6

Напруга  $U_0$  від джерела живлення (використовується УІП-2, вихід "20-300 В") подається на вхід релаксаційного генератора. Як газорозрядна лампа використовується тиратрон МТХ-90, напруга запалювання якого не перевищує 150 В. Контур  $RCL$ , в якому досліджуються вільні загасаючі коливання, ввімкнений, як навантаження генератора релаксаційних коливань. За час  $\Delta t$  (див. рис. 13.5) горіння лампи коливний контур отримує деякий запас енергії. Параметри коливного контуру  $R, C, L$  підібрані так, щоб час загасання коливань в ньому був менший за період релаксаційних коливань  $T_1$ , тобто період власних коливань контуру повинен бути набагато меншим, ніж період релаксаційних коливань. При виконанні цієї умови можна спостерігати значну частину всього процесу загасання коливань на фоні паузи  $T_1 - \Delta t$  (рис. 13.5) між імпульсами, які посилає релаксаційний генератор у коливний контур.

Збуджені в контурі коливання подаються на вертикально відхиляючі пластини осцилографа С1-20. На горизонтальні пластини осцилографа подається напруга від генератора розгортки осцилографа. Це дозволяє спостерігати на екрані графік загасаючих коливань і визначити їхні характеристики. У разі необхідності всі параметри контуру ( $R, L, C$ ) в процесі роботи можна змінювати.

Система перемикачів дозволяє подати на вхід  $Y$  осцилографа напругу з конденсатора релаксаційного генератора і спостерігати на екрані осцилографа графік релаксаційних коливань. Форму електричного імпульсу, який надходить від релаксаційного генератора в коливний контур для його збудження, також можна спостерігати на екрані, якщо подати на вхід  $Y$  осцилографа напругу з котушки індуктивності при відімкненому контурі.

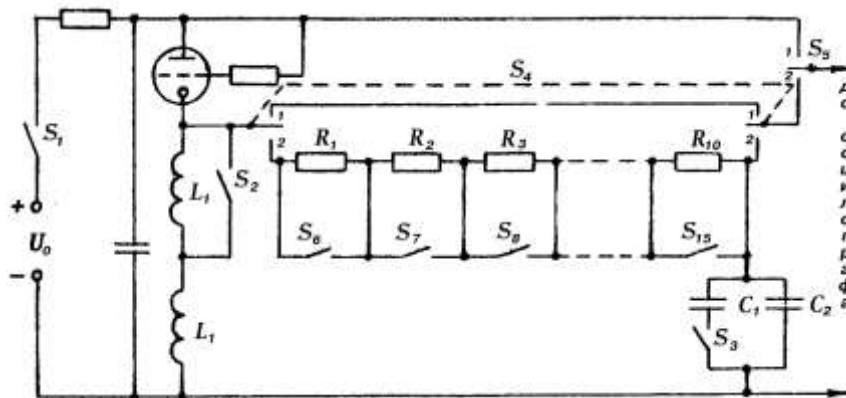


Рис. 13.7

Електрична схема установки для збудження й отримання вільних загасаючих коливань зображена на рис. 13.7, де  $S_1$  – вимикач живлення релаксаційного генератора;  $S_2$  – перемикач додаткової індуктивності коливного контуру;  $S_3$  – перемикач додаткової ємності коливного контуру;  $S_4$  – перемикач,



що дозволяє подавати на вхід осцилографа напругу з котушок індуктивності  $L_1, L_2$  коливного контуру (позиція 1), за цих умов перемикач повинен знаходитися в позиції 2;  $S_5$  – перемикач, за допомогою якого можна подати на осцилограф напругу з конденсатора релаксаційного генератора (позиція 1), або з конденсаторів  $C_1, C_2$  контуру (позиція 2). У другому випадку спарений перемикач  $S_4$  має знаходитися в позиції 2;  $S_6 - S_{15}$  перемикачі додаткових опорів у коливному контурі.

## Порядок виконання роботи

1. Установити ступеневий перемикач напруги виходу УИП "20-300 В" в позицію "20-70 В", а ручку плавного регулювання напруги цього виходу в - крайню ліву позицію.
2. Увімкнути осцилограф і УИП в мережу та дати прогрітися 5...10 хв.
3. Здійснити попередню підготовку осцилографа С1 -20 до вимірювань.
4. Увімкнути живлення релаксаційного генератора і подати на нього напругу близько 100 В, потрібну для запалювання тиратрона.
5. Поставити перемикач  $S_5$  в позицію 1 і підібрати підсилення каналу Y осцилографа таким, щоб амплітуда вертикального зміщення променя була дещо меншою від висоти екрана. На екрані за цих умов повинна спостерігатися картина релаксаційних коливань (див. рис.13.5).
6. Підібрати швидкість розгортки так, щоб на екрані вмістилося 2-3 коливання. З позиції перемикача розгортки визначити швидкість розгортки  $\tau$ .
7. Змінюючи в межах 100...300 В напругу живлення  $U_0$  на виході УИП, дослідити залежність періоду  $T_1$  релаксаційних коливань від напруги живлення  $U_0$ . Період визначити за формулою  $T_1 = \tau n$ , де  $n$  - число поділок горизонтальної осі координатної сітки на екрані осцилографа, що припадає на одне коливання. Значення періоду виміряти для 10-12 значень напруги  $U_0$ . Результати занести до табл.13.1.

Таблиця 13.1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$T_1, c$												
$U_0, B$												

8. Поставити перемикачі  $S_4, S_5$  у позицію 2. На екрані спостерігатимуться загасаючі коливання. Підібрати підсилення і швидкість розгортки так, щоб зображення зайняло більшу частину екрана.
9. Регулюючи напругу  $U_0$  (змінюючи таким чином період релаксаційних коливань), домогтися, щоб коливання встигали загасати до приходу в коливний контур наступного імпульсу.
10. Увімкнути перемикачами  $S_6 - S_{15}$  один з опорів  $R$  і визначити величину

якого-небудь максимуму  $A_i$ , а також одного з наступних максимумів, наприклад,  $A_{i+4}$ . Результати занести до табл. 13.2. Дослід повторити для 8-10 значень опору  $R$ .

Таблиця 13.2

	$R$ , Ом	$A_i$ , мм	$A_{i+4}$ , мм	$\frac{A_i}{A_{i+4}}$	$\lambda$	$Q$
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						

### Обробка результатів вимірювань

1. За даними табл. 13.1 побудувати графік залежності періоду релаксаційних коливань  $T_1$  від напруги живлення генератора  $U_0$ .
2. За даними табл. 13.2 обчислити логарифмічний декремент загасання  $\lambda$  для кожного значення опору  $R$  за формулою  $\lambda = \frac{1}{4} \ln \frac{A_i}{A_{i+4}}$ , результати обчислень занести до табл. 13.2.
3. За даними табл. 13.2 побудувати графік залежності  $\lambda$  від опору контуру  $R$ . Зрозуміло, що ця залежність буде лінійною. Справді,

$$\lambda = \beta T = \frac{R}{2L} \cdot \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}$$

За умови

$$\frac{1}{LC} \gg \frac{R^2}{4L^2},$$

маємо

$$\lambda \approx 2\pi \sqrt{\frac{C}{L}} R.$$

4. Обчислити добротність контуру для різних значень опору контуру  $R$  за формулою  $Q = \pi / \lambda$ . Побудувати графік залежності добротності контуру  $Q$  від його опору  $R$ .

## Контрольні питання

1. Опишіть процес виникнення коливань у коливальному контурі.
2. Як скласти рівняння вільних коливань у послідовному контурі, що містить елементи  $R, L, C$ ?
3. Як розв'язати диференціальне рівняння коливного контуру?
4. За яким законом змінюються з часом напруга на конденсаторі, сила струму, електрична і магнітна енергії в коливному контурі? З якою частотою змінюються енергії електричного та магнітного полів?
5. Що таке час загасання і логарифмічний декремент загасання?
6. Як залежить логарифмічний декремент від омичного опору контуру?
7. Що таке добротність коливного контуру і який її фізичний зміст?
8. Що таке аперіодичний процес, і за яких умов він спостерігається в коливальному контурі?
9. Як виникають коливання в схемі генератора релаксаційних коливань?
10. Виведіть формулу періоду релаксаційних коливань.
11. Як вимірюється період коливання за допомогою осцилографа С1-20?

## Література

1. Кучерук І.М. та ін. Загальний курс фізики: У 3 т.: Навч. посіб. для студ. вищ. техн. і пед. закл. освіти / І. М. Кучерук, І.Т. Горбачук, П.П. Луцик; К.: Техніка, 1999. Том 2: §11.2 – 11.4; 12.1 -12.2.
2. Савельев И. В. Курс общей физики. В 3т. .Т.1. § 64, 69, 85, 88-90; т. 2: § 59, 89, 100, 103. –М: Наука, 1977-1979.
3. Лабораторные занятия по физике./Под ред.Л.Л.Гольдина.-М.Наука,1983.



