Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Фізико-математичний факультет
Кафедра загальної фізики та моделювання фізичних процесів

Лабораторна робота 1-7

Визначення в’язкості повітря

Вконана студ. гр.____________

____

Київ-2021

Лабораторна робота № 1-7

Визначення в’язкості повітря

Мета роботи: експериментальна перевірка формули Пуазейля; визначення коефіцієнта в'язкості повітря.
Обладнання: капіляр, газомір, осушувач, манометр, секундомір.

Далі представлені

Теоретичні відомості

Розглянемо стаціонарну течію в'язкої нестисливої рідини (газу) вздовж прямолінійної циліндричної труби радіуса *R* (З метою наочності при виведенні формули Пуазейля розглядається рідина, хоча все викладене стосується також і течії газу). При малих швидкостях потоку спостерігається ламінарна (шарувата) течія: рідина начебто розділяється на шари, які ковзають один відносно одного, не перемішуючись. У цьому випадку шари являють собою сукупність нескінченно тонких циліндричних поверхонь, вкладених одна в одну зі спільною віссю, яка співпадає з віссю труби. З умови нестисливості виходить, що швидкість рідини у кожному шарі стала. Таким чином, швидкість течії рідини v залежить лише від відстані r від осі труби.

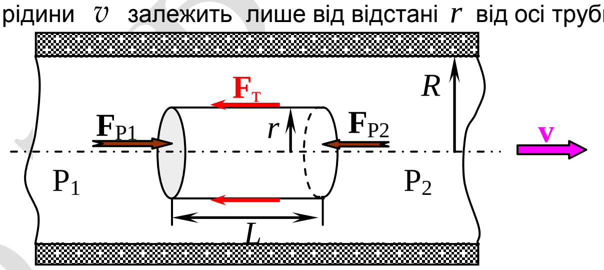

Рис. 7.1

Виділимо уявний циліндричний об'єм рідини радіусом r і довжиною L, як показано на рис. 7.1. Позначимо тиск на поблизу його торців через P_1 і P_2. Завдяки цим тискам на торці циліндра діють сили тиску $\left(F_P\right)_i = P_i \pi r^2$ і під час стаціонарної течії сила рідини (газу) на циліндр діє результуюча сила тиску $F = \left(P_1 - P_2\right)\pi r^2$, котра врівноважується силою внутрішнього тертя $F_\text{т}$, що діє на бічну поверхню циліндра з боку зовнішніх шарів рідини. Таким чином, умова стаціонарності течії виділеного об'єму рідини:

$$F - F_\text{т} = 0. \qquad (7.1)$$

Сила внутрішнього тертя визначається за формулою Ньютона:

$$F_\text{т} = \eta \left|\frac{\mathrm{d}\,v}{\mathrm{d}\,r}\right| S, \qquad (7.2)$$

де η – коефіцієнт в'язкості рідини (газу); $\left|\frac{\mathrm{d}\,v}{\mathrm{d}\,r}\right|$ – градієнт модуля швидкості, який визначає зміну швидкості у напрямку r (радіус труби); S – площа поверхні шарів рідини, що контактують.

Швидкість $v(r)$ спадає при віддаленні від осі труби, тобто $\mathrm{d}v/\mathrm{d}r < 0$, тому вираз сили внутрішнього тертя повинен бути записаним у вигляді:

$$F_{\text{т}} = -2\pi r L\eta \left|\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r}\right|.$$

У такому разі умова стаціонарності набуває вигляду:

$$\pi r^2 (P_1 - P_2) + 2\pi r L\eta \left|\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r}\right| = 0.$$

Інтегруючи цю рівність, знайдемо:

$$v(r) = \frac{r^2 (P_1 - P_2)}{4L\eta} + C,$$

де C - стала інтегрування, визначається граничними умовами задачі. Зауважимо, що швидкість повинна дорівнювати нулю при $r = R$, оскільки рідина "пристає" до стінок труби; це дозволяє визначити C. У підсумку отримаємо:

$$v(r) = \frac{(P_1 - P_2)}{4L\eta}\left(R^2 - r^2\right). \tag{7.4}$$

Таким чином, швидкість рідини квадратично змінюється з радіусом та максимальна на осі труби, де вона дорівнює:

$$v(r=0) = \frac{(P_1 - P_2)}{4L\eta} R^2.$$

Визначимо витрату рідини Q, тобто об'єм, який щосекунди протікає крізь поперечний переріз труби. Для цього виділимо кільцеву площадку з внутрішнім радіусом r і зовнішнім $r + dr$, розташовану перпендикулярно до потоку рідини. Крізь цю площадку щосекунди протікає об'єм рідини $\mathrm{d}Q = \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = v(r) 2\pi r\,\mathrm{d}r$. Витрату рідини визначаємо, інтегруючи останній вираз:

$$Q = \int_0^R v(r) 2\pi r\,\mathrm{d}r = \pi \frac{(P_1 - P_2)}{2L\eta} \int_0^R \left(R^2 - r^2\right)\mathrm{d}r = \pi \frac{(P_1 - P_2)}{8L\eta} R^4. \tag{7.5}$$

Формула (7.5) носить назву ***формули Пуазейля***, яка дозволяє за експериментальними даними витрат рідини (газу) визначити їхню в'язкість.

Формула Пуазейля отримана шляхом припущення, що течія нестисливої рідини (газу) ламінарна. Однак зі збільшенням швидкості потоку рух стає турбулентним і шари перемішуються. За умови турбулентного руху швидкість у кожній точці швидко змінює значення і напрямок, зберігається лише середнє значення швидкості.

Характер руху рідини або газу у трубі визначається безрозмірним числом Рейнольдса:

$$\mathrm{Re} = \langle v \rangle \frac{\rho R}{\eta} \tag{7.6}$$

де $\langle v \rangle$ – середня швидкість потоку, ρ - густина рідини або газу. У гладких трубах круглого перерізу перехід від ламінарної течії до турбулентної відбувається за $\mathrm{Re}_{\text{кр}} \approx 1000$. Тому для використання формули Пуазейля необхідно перш за все з достатнім запасом забезпечити виконання нерівності $\mathrm{Re} < 1000$. Окрім того, необхідно поставити експеримент таким чином, щоб стисливістю газу можна було знехтувати. Для рідини це припущення виконується практично завжди, а для газу лише у тих випадках, коли перепад тиску вздовж труби значно менший ніж сам тиск. У даному випадку тиск газу дорівнює атмосферному (10^3 см вод.ст.), а перепад тиску складає ~ 10 см вод.ст., тобто ~ 1% від атмосферного.

Формула (7.5) справедлива для ділянок труби, на яких усталилась стаціонарна течія з характерним законом розподілення швидкостей (7.4) по її перерізу. Ламінарний рух газу під час переходу його з широкої посудини до труби встановлюється не одразу, а після того, як він пройде таку відстань:

$$a \approx 0{,}2R \cdot \mathrm{Re}. \tag{7.7}$$

Формула Пуазейля дає надійні результати лише тоді, коли довжина труби $L >> a$. Для виконання цієї умови у лабораторії треба використовувати дуже тонкі трубки – капіляри.

Для експериментальної перевірки формули Пуазейля необхідно досліджувати залежність витрати Q від $\Delta P = P_1 - P_2$. Зазвичай для вимірювання різниці тисків використовують рідинний водяний *U*-подібний манометр. У цьому випадку $\Delta P = \rho_0 g \Delta h$, де ρ_0 – густина рідини в манометрі; Δh – різниця її рівнів у колінах манометра.

З формули Пуазейля

$$Q = \left(\frac{\pi \rho_0 g R^4}{8 L \eta} \right) \Delta h, \qquad (7.8)$$

видно, що за ламінарної течії залежність $Q(\Delta h)$ носить лінійний характер. Під час виникнення турбулентності лінійність порушується: різниця тисків, що пропорційна Δh, зростає швидше, ніж витрати (рис.7.2). Кутовий коефіцієнт

$$k = \frac{\pi \rho_0 g R^4}{8 L \eta} \qquad (7.9)$$

прямолінійної ділянки графіка дозволяє визначити в'язкість газу η, а точка перегину – критичне значення числа – $\mathrm{Re}_{\text{кр}}$, яке відповідає переходу до турбулентної течії. Якщо на ділянці ламінарності потоку експериментальні значення $(Q, \Delta h)$ з урахуванням похибки експерименту вкладаються на пряму, то це підтверджує справедливість формули Пуазейля.

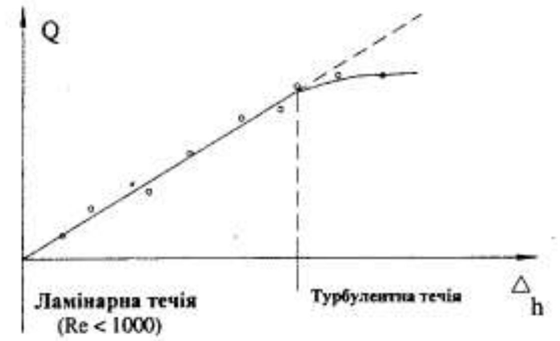

Рис. 7.2

Опис експериментальної установки

Газомір, що застосовується у цій роботі – це скляна посудина (рис.7.3) частково заповнена водою і щільно закоркована. Вода з газоміра може стікати у мірну склянку 2 після відкривання крану К. Повітря, що знаходиться у газомірі сполучається з атмосферою капілярною трубкою 3. Перепад тиску ΔP на кінцях капілярної трубки вимірюється манометром 4, що заповнений водою.

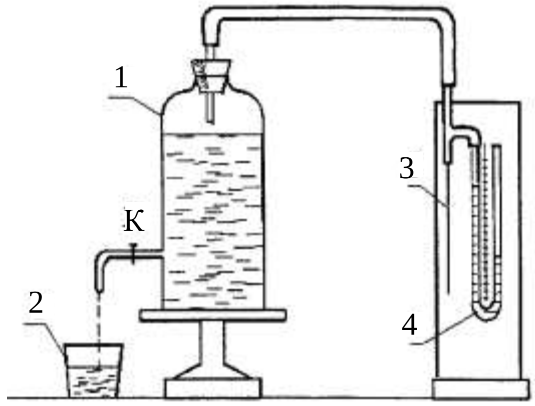

Рис. 7.2

Порядок виконання роботи

1. Підготуйте установку до проведення вимірювань. Повільно відкриваючи кран К, уважно стежте за показниками манометра. Відрегулюйте краном К стік води з газоміра так, щоб $\Delta h \cong 1 см$. Виміряйте витрати повітря Q. Для цього виміряйте за допомогою секундоміра час t витікання V=250 мл води. Витрату повітря розрахуйте за формулою $Q = V/t$. Виміри об'єму V треба проводити не одразу, а через деякий час після початку витікання води, коли усталиться різниця рівнів рідини у колінах манометра.

2. Проведіть такі ж вимірювання, поступово збільшуючи різницю тисків, наприклад, з кроком 0,5 см вод. ст., тобто зніміть експериментальну залежність $Q(\Delta h)$,яка повинна містити не менш, ніж 10 експериментальних точок. Результати вимірювань занесіть до табл. 7.1

3. Запишіть параметри установки R, L, ρ, які вказано на робочому місці, а також температуру повітря у приміщенні. Густина повітря ρ =1,293 кг/м^3.
Радіус і довжина капіляра: R =.........................; L =............................... .
Густина води ρ_0=............... .Температура повітря $t\ ^{o}C$=............................ .

Обробка експериментальних даних

1. На аркуші міліметрового паперу побудуйте графік залежності $Q(\Delta h)$.
2. За кутовим коефіцієнтом k прямолінійної ділянки графіка визначіть в'язкість повітря η (формула 7.9) .
3. За формулою (7.6) обчисліть значення числа Re для області, перехідною між ламінарною та турбулентною течією. Середня швидкість потоку визначається формулою: $\langle v \rangle = Q/S_к$, де $S_к$ – площа поперечного перерізу капіляра. Порівняйте ваш результат з критичним значенням числа Рейнольда $\mathrm{Re}_{кр}$, наведеним вище.
4. Проведіть кореляційний аналіз експериментальних даних $Q(\Delta h)$, що відповідають ділянці ламінарної течії (див. Додаток "Кореляційний аналіз"). Зробіть висновок відносно справедливості формули Пуазейля за

результатами лабораторної роботи. Порівняйте значення кутового коефіцієнта k, отриманого графічно, з результатом його обчислення за методом найменших квадратів (МНК) $k_{\text{кор}}$. Визначте η, використовуючи $k_{\text{кор}}$.

Таблиця 7.1

n	*Час t*, с	Q, мл/с	$Q,\ \text{м}^3/\text{с}$	$\Delta h,\ \text{м}$
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

Визначення кутового коефіцієнта

а) За графіком	б) За МНК
$k = \Delta Q / (\Delta(\Delta h)) =$	$k_{\text{кор}} =$

Визначення коефіцієнта в'язкості і числа Рейнольдса

а) Через кутовий коефіцієнт:

$$\eta = \left(\pi\rho_0 g R^4 / 8L\right) / k =$$

б) Через кореляційний коефіцієнт

$$\eta = \left(\pi\rho_0 g R^4 / 8L\right) / k_{\text{кор}} =$$

$$\mathrm{Re} = \langle v \rangle \rho R / \eta = (Q/S_{\text{к}}) \rho R / \eta = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Контрольні запитання

1. У чому полягає явище в'язкості? Які фізичні процеси породжують в'язкість газів?
2. Як вивести формулу коефіцієнта в'язкості газу? Як залежить цей коефіцієнт від температури?
3. Поясніть формулу Ньютона для сили внутрішнього тертя.
2. Виведіть формулу Пуазейля.
3. Ламінарна та турбулентна течія. Число Рейнольдса.
4. Проаналізуйте умови справедливості формули Пуазейля.
5. Яким шляхом можна забезпечити експериментальну перевірку формули Пуазейля?
6. Як у даній роботі визначається коефіцієнт в'язкості повітря та критичне значення числа Рейнольдса?
7. Експериментальна установка (призначення елементів, методика вимірювання).

Додаток

Кореляційний аналіз. Метод найменших квадратів

Під час розв'язання багатьох задач науки та техніки часто виявляється необхідним описати функціональну залежність між двома вимірюваними величинами ***x***, ***y***. Якщо величини **x**, **y** вимірюються досить точно, то кожному значенню ***x*** відповідає одне, практично цілком визначене, значення ***y***, так що у цьому випадку експериментальні вимірювання дають вибіркові дані про шукану залежність.

Тоді для описання можна скористатися методами математичного аналізу. Наприклад, можна побудувати інтерполяційний многочлен Лагранжа, який у заданих точках x_i (i = 1, 2, ..., n - число вимірювань) приймає задані значення y_i і можна спробувати апроксимувати шукану залежність степеневою або експоненціальною функцією, сумою косинусів тощо.

Однак на практиці нерідко зустрічаються випадки, коли експериментальні дані мають значний неконтрольований розкид, так що вже не можна стверджувати, що кожному значенню *x* відповідає одне цілком визначене значення *y*. Цей розкид може бути зумовлений похибками вимірювань, або ж може бути пов'язаний зі статистичною природою явища, що вивчається (типовий приклад – вимірювання інтенсивності радіоактивного фону).

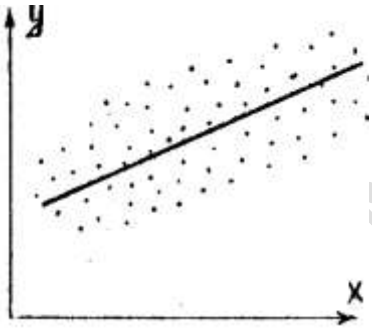

Рис. 1

У деяких випадках розкид настільки значний, що розташування точок $A_i(x_i,\, y_i)$ на площині ***x,y*** може здатися абсолютно хаотичним. Однак це не виключає того, що розташування точок A_i все ж підпорядковано певним закономірностям. Розглянемо, наприклад, рис.1. Точки, що показані на ньому, розсіяні майже рівномірно в деякій досить великій області. Однак легко помітити, що більшим значенням x_i **у середньому** відповідають більші y_i.

Цю тенденцію відображує суцільна лінія, показана на цьому ж рисунку. Очевидно, ця лінія описує зв'язок між ***x*** та ***y***, абстрагуючись від деталей розміщення точок ***A***. Такі середні залежності називаються **статистичними** або **кореляційними**, на відміну від згадуваних вище функціональних.

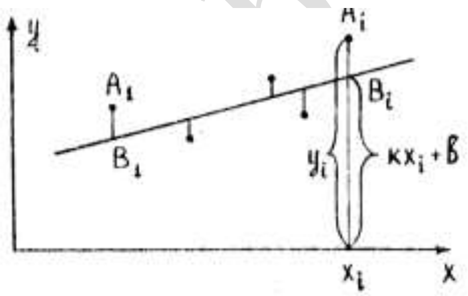

Рис. 2

Опис таких залежностей вимагає розв'язання двох питань:

1) встановлення форми залежності, 2) оцінка сили (щільності) зв'язку між ***x*** і ***y***. Перше питання тут детально розглядати не будемо, ми будемо вважати, що нам вдалося підібрати деяку функцію ***y =f (x)*** придатну для опису зв'язку (кореляції) між ***x*** і ***y***. При цьому часто буває зручно лінеаризувати запропоновану залежність ***y =f (x)***, тобто звести її до лінійної. У випадку простих функцій це зробити не складно. Наприклад, для лінеаризації степеневої функції $y = ax^n$ її треба логарифмувати за якою-небудь основою (наприклад, e), і тоді ця залежність матиме вигляд $\ln y = \ln a + n \ln x$, яка є лінійною відносно змінних $\ln y$ і $\ln x$. Показникову залежність $y = c \cdot a^x$ також легко лінеаризують за допомогою логарифмування: $\ln y = \ln c + x \ln a$. При цьому отримаємо лінійна залежність $\ln y$ від x. Так само можна одержати лінійну функцію і в інших випадках.

Надалі будемо вважати, що вихідні зміні ***x, y*** вже видозмінені таким чином, що шукана залежність має лінійний вигляд:

$$y = kx + b. \qquad (1)$$

Тепер треба підібрати оптимальні значення параметрів **k**, **b** так, щоб вони забезпечили найкращу кореляцію залежності (1) з експериментальними значеннями точок $A_i\left(x_i,\ y_i\right)$. Для цього використовують **метод найменших квадратів** (МНК), в якому в якості міри F відхилення точок A_i від прямої (1) беруть суму квадратів відстаней (по вертикалі) точок A_i від прямої (рис.2):

$$F=\sum\left|A_i\cdot B_i\right|^2=\sum_i\left[y_i-\left(kx_i+b\right)\right]^2$$

(тут і нижче знак $\sum$ означає додавання при зміні порядкового номера (i) величин y та x від 1 до ***n***). Величина ***F*** є функцією від ***k***, ***b***: ***F=F(k, b)***. Параметри ***k*** і ***b*** підбирають таким чином, щоб величина ***F*** була мінімальною. Записуючи умови екстремуму функції ***F(k, b)***, легко довести, що цей екстремум відповідає мінімуму:

$$\frac{\partial F}{\partial k}=2k\sum x_i^2+2b\sum x_i-2\sum x_iy_i=0;$$

$$\frac{\partial F}{\partial b}=2k\sum x_i+2bn-2\sum y_i=0.$$

Отже, маємо систему двох рівнянь відносно ***k***, ***b***, з якої знаходимо

$$k=\frac{2\sum x_iy_i-\left(\sum x_i\right)\cdot\sum y_i}{n\sum x_i^2-\left(\sum x_i\right)^2};$$

$$b=\frac{\left(\sum x_i^2\right)^2\cdot\left(\sum y_i\right)-\left(\sum x_i\right)\cdot\left(\sum x_iy_i\right)}{n\left(\sum x_i^2\right)-\left(\sum x_i\right)^2}. \qquad (2)$$

Якщо ввести позначення

$$\langle x\rangle=\frac{1}{n}\sum x_i;\quad \langle y\rangle=\frac{1}{n}\sum y_i;\quad \langle x^2\rangle=\frac{1}{n}\sum x_i^2;\quad \langle y^2\rangle=\frac{1}{n}\sum y_i^2;$$

$$\langle xy\rangle=\frac{1}{n}\sum x_iy_i;\quad S_x^2=\langle x_i^2\rangle-\langle x_i\rangle^2;\quad S_y^2=\langle y^2\rangle-\langle y\rangle^2;$$

$$S_{xy}=\langle xy\rangle-\langle x\rangle\langle y\rangle,$$

то вираз (2) для параметрів *k*, *b* та рівняння (1) можна записати у такому симетричному вигляді:

$$k=\frac{S_{xy}}{S_x^2},\qquad b=\frac{S_x^2\langle y\rangle-S_{xy}\langle x\rangle}{S_x^2}, \qquad (3)$$

$$y-\langle y\rangle=\frac{S_{xy}}{S_x^2}\left(x-\langle x\rangle\right). \qquad (4)$$

Розглянемо питання **сили**, інакше **ступеню щільності** залежності (1). Це поняття ілюструє рис.3.

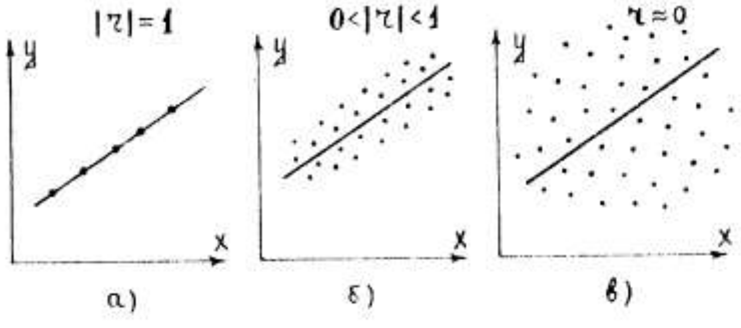

Рис. 3

Очевидно, на рис.3 а, лінійна залежність між ***x*** і ***y*** є максимально щільною (функціональною); на рис.3в розкид точок є хаотичним і очевидний зв'язок між ***x*** і ***y*** відсутній, тому що сила залежності, зображена прямою лінією, дорівнює нулю; на рис.3б зображено проміжний випадок.

Таким чином, ступінь щільності зв’язку – важлива якість, яка, визначає практичну цінність залежності: якщо щільність зв’язку велика, то ми, користуючись нею, можемо передбачити ***y*** за поданим ***x*** порівняно точно; в протилежному випадку точність передбачення досить незначна і ми можемо за поданим ***x*** передбачити лише середнє значення ***y***.

В математичній статистиці ступінь щільності зв’язку прийнято характеризувати **коефіцієнтом кореляції**, який визначають таким чином:

$$r = \frac{S_x S_y}{S_{xy}} \tag{5}$$

r – безрозмірна величина, яка може приймати значення у межах від –1 до +1. Якщо x_i та y_i пов’язані лінійною залежністю (1), то $|r| = 1$ (доведіть це самостійно). Якщо $\boldsymbol{x}$ та $\boldsymbol{y}$ статистично незалежні, тоді під час обчислення середнього $\langle xy \rangle$ величини $\boldsymbol{x}$ та $\boldsymbol{y}$ можна усереднювати незалежно, і ми одержимо:

$$\langle xy \rangle \approx \langle x \rangle \langle y \rangle, \quad S_{xy} \approx 0, \quad r \approx 0$$

(при $\boldsymbol{n}$, що прямує до ∞, ці наближені рівності стають точними, і відповідний істинний коефіцієнт кореляції $r_{\text{іст}} = \lim r$ при $\boldsymbol{n}$, що прямує до ∞, обертається на нуль). У проміжному випадку, коли x_i та y_i пов’язані нелінійною залежністю, або коли маємо деякий розкид даних коефіцієнт ***r*** має проміжне значення: $0 < |r| < 1$ (див. рис. 3). Таким чином, $|r|$ є показником того, наскільки зв’язок між $\boldsymbol{x}$ і $\boldsymbol{y}$ близький до лінійного – як у відношенні ступеню розкиду даних, так і у відношенні нелінійності цього зв’язку. Чим ближче $|r|$ до 1, тим ближчим є зв’язок між $\boldsymbol{x}$ і $\boldsymbol{y}$ до лінійного.

Визначимо, яку величину $|r|$ слід вважати достатньою для статистично обґрунтованого висновку відносно наявності лінійної кореляційної залежності між $\boldsymbol{x}$ та $\boldsymbol{y}$. Для цього розглядаємо так звану статистичну гіпотезу ***H*₀**: висловлюємо припущення, що $r_{\text{іст}} = 0$. Виконання цієї гіпотези означає, що $\boldsymbol{x}$ та $\boldsymbol{y}$ не пов’язані кореляційною залежністю, а її спростування означає, що нема підстав відкидати наявність такої залежності. Оскільки під час обробки експериментальних даних, як правило, відомий не $r_{\text{іст}}$., а лише вибірковий коефіцієнт кореляції ***r*** ; за цим вибірковим коефіцієнтом ми можемо перевірити виконання або невиконання гіпотези ***H*₀** лише статистично, тобто з деякою наперед заданою імовірністю довіри α (найчастіше беруть $\alpha = 0,95$). Для цього необхідно знати статистичний розподіл величини ***r***. Як показано у математичній статистиці, пов’язана з нею величина $R = r\frac{\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-2^2}}$ описується розподілом Стьюдента, що має $n-2$ ступені свободи (див. пункти 1-4 Літератури). Звідси виходить, що при заданій імовірності довіри величина $R_{\text{іст}}$ знаходиться в інтервалі $R_{\text{іст}} \pm t_{\alpha,\, n-2}$. Нас цікавить значення $R_{\text{іст}} = 0$ (що відповідає $r_{\text{іст}} = 0$). Воно потрапляє до цього інтервалу за виконання умови $|R| \le t_{\alpha,\, n-2}$. Якщо ж виконується протилежна умова $|R| > t_{\alpha,\, n-2}$, істинне значення $R_{\text{іст}}$ (відповідно і $r_{\text{іст}}$) не можна при заданому рівні ймовірності довіри вважати рівним нулю і гіпотезу ***H*₀** слід відкинути. Величина $1-\alpha = 0,05$ називається ймовірністю похибки або рівнем значущості, а $\alpha = 0,95$ – статистичною достовірністю. Отже, якщо використовується нерівність $|R| > t_{\alpha,\, n-2}$, то зі статистичною достовірністю 0,95 (або 95%) можна стверджувати, що $\boldsymbol{x}$ та $\boldsymbol{y}$ пов’язані кореляційною залежністю. Для спрощення перевірки цієї нерівності зручно виключити про величину ***R*** і подати її у вигляді нерівності для величини ***r*** (виконайте цю викладку самостійно); отримаємо:

$$|r| > r_n, \quad \text{де} \quad r_n = \frac{\tau}{\sqrt{1+\tau^2}}, \quad \tau = \frac{t_{0,95;\, n-2}}{\sqrt{n-2}}.$$

Необхідні для розрахунку τ значення коефіцієнта $t_{0,95;\, n-2}$ наведено у таблиці 1.

Таблиця 1

Число n	5	6	7	8	9	10	11	12
$t_{0,95;\, n-2}$	3,18	2,78	2,57	2,45	2,36	2,31	2,26	2,23

	13	14	15	17	18	20	30	∞
	2,20	2,18	2,16	2,13	2,12	2,10	2,04	1,96

Зауважимо, що у даному Додатку наведена найбільш проста схема кореляційного аналізу. Для більш точного аналізу слід було б враховувати систематичні похибки, обчислюючи $S_x,\ S_y,\ S_z$ за формулами вибіркових середніх (тобто з $n-1$ замість n під знаком квадратного кореня) тощо. Але ці ускладнення або несуттєві у більшості фізичних та інженерних областей застосування кореляційного аналізу, або їх виклад був би недоречним у даних методичних вказівках.

Наприкінці наведемо коротку схему кореляційного аналізу експериментальних даних.

1. За експериментальними значеннями x_i та y_i обчислюють такі величини:

$$\langle x\rangle = \frac{1}{n}\sum x_i, \quad \langle y\rangle = \frac{1}{n}\sum y_i, \quad \langle x^2\rangle = \frac{1}{n}\sum x_i^2, \quad \langle y^2\rangle = \frac{1}{n}\sum y_i^2,$$

$$\langle xy\rangle = \frac{1}{n}\sum x_i y_i, \quad S_x^2 = \langle x^2\rangle - \langle x\rangle^2, \quad S_y^2 = \langle y^2\rangle - \langle y\rangle^2, \quad S_{xy} = \langle xy\rangle - \langle x\rangle\langle y\rangle.$$

2. Визначають параметри кореляційної залежності і коефіцієнта кореляції:

$$k = \frac{S_{xy}}{S_x^2}, \qquad b = \frac{S_x^2\langle y\rangle - S_{xy}\langle x\rangle}{S_x^2}, \qquad r = \frac{S_{xy}}{S_x S_y}.$$

3. За таблицею визначають $t_{0,95;\,n-2}$ та обчислюють величину r_n:

$$r_n = \frac{\tau}{\sqrt{1+\tau^2}}, \ \text{де} \ \tau = \frac{t_{0,95;\,n-2}}{\sqrt{n-2}}.$$

4. Перевіряють виконання нерівності $|r| > r_n$. За умови виконання цієї нерівності роблять висновок про наявність (з 95%-ю імовірністю) лінійної залежності між x та y, за умови її невиконання – висновок про відсутність лінійної залежності.

Зауваження: під час підрахунків зручно скористатися таблицею 2:

Таблиця 2.

	x_i^2	x_i	$x_i y_i$	y_i	y_i^2
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
	$\langle x^2\rangle = \frac{1}{n}\sum x_i^2 =$ .... $=$	$\langle x\rangle = \frac{1}{n}\sum x_i =$ $=$	$\langle xy\rangle = \frac{1}{n}\sum (x_i y_i) =$ $=$	$\langle y\rangle = \frac{1}{n}\sum y_i =$ $=$	$\langle y^2\rangle = \frac{1}{n}\sum y_i^2 =$ $=$

Література до лабораторної роботи

1. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П..Загальний курс фізики. Т.1. “Техніка”,К.,1999.
2. Савельев И.В. Курс общей физики.В 3 т. Т.1.§75,76,77.- М.: Наука,1977.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т.1.§96,97.- М.: Наука,1974.
4. Руководство к лабораторним занятиям по физике /Под ред. Л.Л.Гольдина. - М.: Наука,1973.

Література до кореляційного аналізу

1. Айвазен С.А. Статистическое исследование зависимостей. Гл.IV - М.: Металлургия,1968.
2. Лукомский Я.И. Теория корреляции и ее применение к анал изу производства. Гл.VII.–М.: Госстатиздат, 1961.
3. Пустыльник Е.И. Статистические методы анализа и обработки наблюдений. § 9.-М.: Наука, 1968.
4. Шторм Р. Теория вероятностей. Математическая статистика. Статистический контроль качества.//Мир. Раздел 13.5. 1970.