

Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Фізико-математичний факультет  
Кафедра загальної фізики та моделювання фізичних процесів

Лабораторна робота № 1-15

**ВИВЧЕННЯ ПЛОСКОГО РУХУ ТВЕРДОГО ТІЛА НА  
ПРИКЛАДІ МАЯТНИКА МАКСВЕЛЛА**

Виконана студ. групи \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

## ВИВЧЕННЯ ПЛОСКОГО РУХУ ТВЕРДОГО ТІЛА НА ПРИКЛАДІ МАЯТНИКА МАКСВЕЛЛА

Мета роботи: вивчення плоского руху твердого тіла, визначення моменту інерції маятника Максвелла і перевірка закону збереження енергії в такому русі.

### Стислі теоретичні відомості

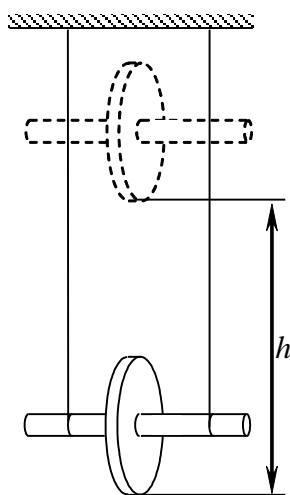


Рис. 1

Рух, в якому всі точки твердого тіла переміщуються в паралельних площинах, називають плоским рухом. Прикладом такого руху є кочення циліндра по площині, а в даній роботі – це рух маятника Максвелла.

Маятник Максвелла являє собою масивний диск, надітий на стержень (вал) і підвішений на двох нитках (біфілярно) до горизонтальної опори (рис. 1).

При намотуванні ниток на вал маятник піднімається, якщо ж після цього його відпустити, то він почне опускатися, обертаючись навколо осі. У момент досягнення нижньої точки маятник продовжує обертатися по інерції, нитки починають намотуватися на вал, відтак, маятник стане підніматися. Після досягнення верхньої точки нитки знову почнуть розмотуватися і маятник стане опускатися. Такий рух і є плоским. У наслідок наявності сил тертя та опору повітря механічна енергія маятника зменшується і його коливання є загасаючими.

Плоский рух твердого тіла можна розглядати як суперпозицію поступального руху центра мас і обертального руху навколо осі, що проходить через центр мас<sup>1</sup>. Рух центра мас визначається рівнянням:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \sum_i \vec{F}_i, \quad (4.1)$$

де  $\vec{v}$  – швидкість центра мас,  $\sum_i \vec{F}_i$  – сума всіх зовнішніх сил, що діють на тіло.

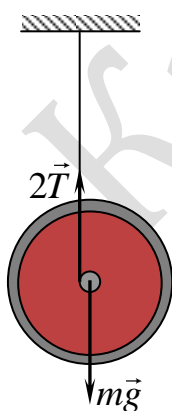


Рис.2

Для плоского руху вісь обертання є нерухомою відносно тіла, тому рівняння, що описує цей рух – це основне рівняння динаміки обертального руху:

$$I \frac{d\omega}{dt} = M, \quad (4.2)$$

<sup>1</sup> Плоский рух також можна розглядати як чисте обертання навколо миттєвої осі.

де  $M$  – момент зовнішніх сил відносно осі обертання,  $I$  – момент інерції відносно цієї осі.

Поступальний рух маятника відбувається під дією сили тяжіння  $m\vec{g}$  та сил натягу двох ниток  $2\vec{T}$ , а обертальний – під дією моменту сил натягу ниток (рис.2). Рівняння руху маятника без урахування сил тертя мають вигляд:

$$ma = mg - 2T, \quad (4.3)$$

$$I\beta = 2Tr, \quad (4.4)$$

$$a = \beta r, \quad (4.5)$$

де  $m$  – маса маятника,  $I$  – момент інерції відносно осі симетрії,  $g$  – прискорення сили тяжкості,  $r$  – радіус стержня,  $T$  – сила натягу ниток,  $a$  – прискорення поступального руху центру мас маятника, рівне тангенціальному прискоренню,  $\beta$  – кутове прискорення маятника.

Прискорення  $a$  може бути визначено за вимірюванням часу руху  $t$  і відстані  $h$ , яку проходить вісь маятника, маючи постійне прискорення:

$$a = \frac{2h}{t^2}. \quad (4.6)$$

З рівняння (4.3)

$$2T = m(g - a), \quad (4.7)$$

і тоді з (4.4), урахувавши (4.5):

$$I = \frac{2T}{a} r^2. \quad (4.8)$$

Підставивши сюди вираз (4.6), одержимо:

$$I = mr^2 \left( \frac{gt^2}{2h} - 1 \right). \quad (4.9)$$

З формули (4.9)

$$\frac{gt^2}{2} = \left( 1 + \frac{I}{mr^2} \right) h$$

Таким чином, існує прямо пропорційна залежність між  $h$  і  $gt^2/2$ . Коефіцієнтом пропорційності є

$$C = \left( 1 + \frac{I}{mr^2} \right) \quad (4.10)$$

Якщо побудувати рафік залежності  $gt^2/2$  залежно від  $h$ , то тангенс кута його нахилу дорівнюватиме  $C$ , тобто

$$\operatorname{tg} \alpha = 1 + \frac{I}{mr^2},$$

Звідки

$$I = mr^2 (\operatorname{tg} \alpha - 1). \quad (4.11)$$

### Опис експериментальної установки

Схематично експериментальна установка «Маятник Максвелла» показана на рис. 3.

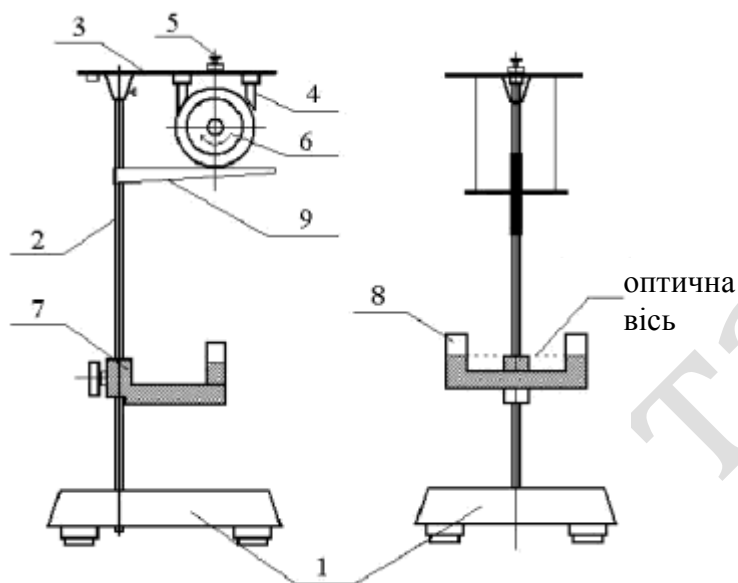


Рис. 3

На горизонтальній основі 1 укріплена вертикальна стійка 2, на якій знаходяться два кронштейни. На верхньому кронштейні 3 розміщені електромагніти 4 і вузол регулювання довжини ниток 5. На нижньому кронштейні 7 встановлений фотодатчик 8 (джерело світла і фотоприймач), сигнал від якого подається на електронний секундомір (на рис. 3 не показаний). На стійці нанесені міліметрові поділки і по ній ковзає спеціальний візир 9 (прапорець).

поділки і по ній ковзає спеціальний візир 9 (прапорець).

### Виконання роботи

1. Відрегулюйте нитки так, щоб вісь маятника була розташована горизонтально.

2. Намотайте нитки на вісь маятника так, щоб він торкався магнітів на верхньому кронштейні і встановіть візир проти нижнього краю диска. Відпустіть маятник і, притримуючи його, дайте ниткам повністю розмотатися. **Будьте обережні! Маятник не повинен вдаритися об нижній кронштейн.**

3. За допомогою блока регулювання підтягніть маятник вгору так, щоб його нижній край знаходився на відстані 12 – 15 см від початкового положення. Для регулювання довжини ниток, притримуючи маятник, трохи відкрутіть гайку 1 і обертайте регулювальний гвинт 2 (див. рис. 4).

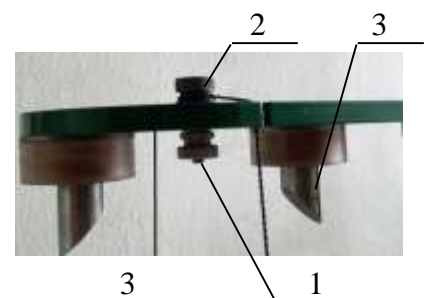


Рис. 4

4. Відрегулюйте положення нижнього кронштейна так, щоб диск маятника знаходився перетинав оптичну вісь датчика (див. рис. 3), але не доходив до нижнього кронштейна на 5 – 7 мм.

5. Виміряйте відстань між верхньою кромкою візира і оптичною віссю, і запишіть дані у таблицю 1.

6. Увімкніть секундомір (вимикач знаходиться на задній стінці), намотайте нитки на вісь маятника так, щоб він торкнувся лівого, чи правого електромагніта 3.

7. Натисніть кнопку «Сброс», а потім «Пуск». Покази секундоміра (час опускання маятника  $t$ ) занесіть у табл.1. Повторіть ці виміри ще 2 рази.

8. Опустіть нижній кронштейн на 1,5 – 2 см, відрегулюйте довжину ниток і повторіть виміри п.п. 5-7.

9. Повторюйте виміри п.8 поки довжина нитки не стане максимально можливою.

10. За допомогою штангенциркуля виміряйте радіуси осі маятника, диска і кільця, а також ширину кільця.

### Обробка результатів експерименту

1. Обчисліть середнє арифметичне значення часу  $\langle t \rangle$  проходження маятником шляху  $h$  (за результатами трьох вимірювань). Результати занести в таблицю.

Обчислити і занести в таблицю величину  $y = g \langle t \rangle^2 / 2$ . Взяти  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ .

2. Уважаючи  $x \equiv h$  за допомогою методу найменших квадратів (див. на сайті <http://physics.zfftt.kpi.ua> сторінку «Протоколи лабораторних робіт з фізики») обчислити коефіцієнти прямої, що апроксимує експериментальні результати.

3. На діаграму  $y(x)$  нанести експериментальні точки та побудувати пряму лінію, використавши дані МНК.

4. Використовуючи коефіцієнт  $a$ , знайденому за МНК, за формулою (4.11) обчисліть момент інерції маятника Максвелла.

5. Оцініть відносну похибку визначення моменту інерції маятника Максвелла за формулою

$$\frac{\Delta I}{I} = \sqrt{\left(\frac{2\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta t}{t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2},$$

взявши середнє значення часу опускання для одного з вимірів.

### Контрольні запитання

1. Що таке момент інерції матеріальної точки, системи матеріальних точок, твердого тіла?
2. Чому диск на осі, що розглядається в даній роботі називають маятником і чому дорівнює період його коливань?
3. Що таке плоский рух? Як цей рух можна описати?

4. Як теоретично підрахувати момент інерції маятника Максвелла відносно осі симетрії? Які параметри установки для цього потрібно знати?
5. Вивести формулу для визначення прискорення руху маятника.
6. Як експериментально визначити момент інерції маятника Максвелла?
7. Як за допомогою маятника Максвелла ви можете запропонувати експериментально перевірити закон збереження механічної енергії?
8. Які перетворення енергії відбуваються при русі маятника?
9. Що таке миттєва вісь і як можна записати рівняння руху маятника Максвелла, користуючись цим поняттям?

Табл. 1

№	$h, \text{ м}$	$t, \text{ с}$	$\langle t \rangle, \text{ с}$	$\langle t \rangle^2, \text{ с}^2$	$\frac{g \langle t \rangle^2}{2}, \text{ м}$
1					
2					
3					
4					
5					

$$I = \text{кг}\cdot\text{м}^2$$

$$\frac{\Delta I}{I} =$$

### Список літературних джерел для опрацювання

1. В. П. Бригінець, С.О. Подласов КУРС ФІЗИКИ ДЛЯ БАКАЛАВРІВ.: Розділи: КІНЕМАТИКА ТВЕРДОГО ТІЛА  
<http://physics.zfft.kpi.ua/mod/book/view.php?id=272&chapterid=12>  
ЕЛЕМЕНТИ МЕХАНІКИ ТВЕРДОГО ТІЛА  
<http://physics.zfft.kpi.ua/mod/book/view.php?id=272&chapterid=17>
2. І.М. Кучерук, І.Т. Горбачук, П.П. Луцик. Загальний курс фізики. Київ. Техніка, 1999. §1.6, 4.2 – 4.4.
3. И.Е. Иродов. МЕХАНИКА. Основные законы. Физматгиз, 2000. §1.2, 5.1, 5.4