

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Фізико-математичний факультет

Лабораторна робота № 1-13

**ВИВЧЕННЯ ЗАКОНІВ ДИНАМІКИ ОБЕРТАЛЬНОГО
РУХУ
ЗА ДОПОМОГОЮ МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА**

Виконана студ. групи _____

Київ-2019

Лабораторна робота 1-13

Вивчення законів динаміки обертального руху за допомогою маятника Обербека

Мета роботи: експериментальна перевірка основного рівняння динаміки обертального руху твердого тіла та визначення моменту інерції тіла.

Обладнання: 1) маятник Обербека; 2) набір тягарців; 3) електронний секундомір; 4) штангенциркуль; 5) масштабна лінійка.

13.1. Теоретичні відомості

Наслідком фундаментальних законів класичної механіки є основне рівняння динаміки обертального руху твердого тіла навколо нерухомій осі:

$$I \beta = M_{\Sigma}, \quad (13.1)$$

де I – момент інерції тіла відносно осі обертання, β – кутове прискорення, M_{Σ} – сума проекція моментів зовнішніх сил на вісь обертання.

Експериментальна перевірка рівняння (13.1) є перевіркою основних положень класичної механіки.

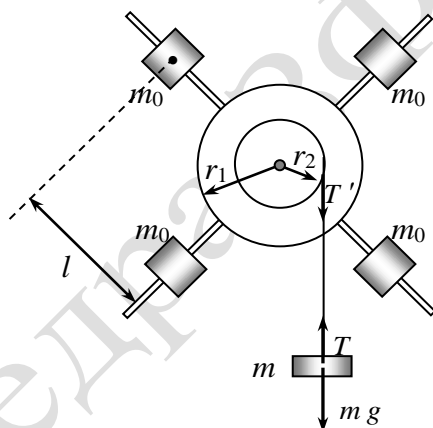


Рис. 3.1.

Принципова схема експериментальної установки

На рис.3.1. показано схему експериментальної установки (маятник Обербека). Вона складається з чотирьох стержнів, закріплених на втулці під прямим кутом один до одного. На ту ж втулку насаджено два шківів різних радіусів r_1 і r_2 . Чотири тягарці однакової маси m_0 можна зміщувати уздовж стержнів і закріплювати на різних відстанях l від осі обертання, що дає змогу змінювати момент інерції системи. Уся ця конструкція може вільно обертатись навколо горизонтальної осі. На один із шківів намотується нитка із закріпленим на кінці тягарцем маси m , завдячуючи чому маятник починає обертатися.

На тягарець m діють сила тяжіння $m g$ і сила натягу (пружності) нитки T , як показано на рис.3.1. За другим законом Ньютона

$$m \vec{a} = m \vec{g} + T, \quad (13.2)$$

де a – прискорення тягарця.

У проекціях на вісь ОУ, напрямлену вниз, отримаємо рівняння руху у скалярній формі:

$$ma = mg - T. \quad (13.3)$$

За III законом Ньютона, на шків діє протилежно напрямлена сила T' , модуль якої дорівнює модулю сили $T' = T$. Сила T' створює момент сили, що діє на шків. Момент цієї сили відносно осі обертання шківів дорівнює

$$M = T \cdot r. \quad (13.4)$$

Рівняння руху маятника можна значно спростити, якщо попередньо збалансувати маятник, тобто, домогтися, щоб у вільному стані він знаходився у байдужій рівновазі (подумайте, як це практично здійснити та перевірити). При цьому центр мас системи співпаде з точкою О, що знаходиться на осі обертання, і момент сили тяжіння відносно цієї осі дорівнюватиме нулю. У такому випадку рух маятника визначається моментом сили натягу нитки M і моментом сил тертя M_T , що дозволяє записати основне рівняння обертального руху (3.1) у такому вигляді:

$$I\beta = M - M_T. \quad (13.5)$$

Розв'язавши сумісно рівняння (3.3), (3.4), (3.5) і використовуючи відомий зв'язок між кутовим та лінійним прискоренням

$$\beta = a/r, \quad (13.6)$$

отримаємо:

$$a = \frac{(m g r - M_T) r}{I + m r^2}. \quad (13.7)$$

Момент сил тертя при русі можна вважати сталим. У такому разі вираз (3.7) означає, що рух тягарця відбувається з постійним прискоренням ($a = \text{const}$).

Вимірявши час t , за який тягарець із стану спокою спуститься на відстань h , можна обчислити кутове прискорення маятника. Оскільки $h = at^2/2$, для β маємо:

$$\beta = \frac{2h}{rt^2}. \quad (13.8)$$

З рівнянь (3.3) та (3.4) одержимо момент сили натягу нитки відносно осі обертання:

$$M = m(g - a)r. \quad (13.9)$$

(Зауважимо, що β і M можна вирахувати, скориставшись рівняннями (3.8) і (3.9), які отримані незалежно від основного рівняння (3.5)).

Перепишемо рівняння (3.5) у зручному для перевірки вигляді:

$$M = M_T + I\beta. \quad (13.10)$$

Цей вираз означає, що залежністю $M(\beta)$ є пряма лінія, кутовий коефіцієнт k якої чисельно дорівнює моменту інерції системи:

$$I = k = \frac{\Delta M}{\Delta \beta}, \quad (13.11)$$

а точка перетину прямої з віссю M відповідає значенню моменту сил тертя M_T , що ілюструє рис.13.2.

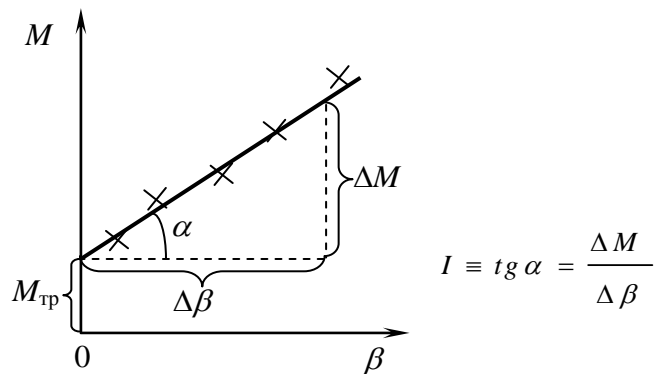


Рис. 13.2. Залежність моменту сил від кутового прискорення.

Відхилення експериментальних точок (M_i, β_i) від прямої $M(\beta) = M_T + I\beta$ знаходиться в межах похибок експерименту

Маючи у розпорядженні набір тягарців, можна в достатньо широких межах змінювати масу m , а, значить, і величини M і β , тобто дослідити експериментальну залежність $M(\beta)$. Якщо отримані точки (M_i, β_i) з урахуванням похибки експерименту вкладаються на пряму лінію, то це є свідченням справедливості співвідношення (13.10), отже, і основного рівняння динаміки обертального руху (13.1). У такому випадку через експериментальні точки можна провести пряму, найбільш близьку до усіх (M_i, β_i) і таку, що лежить в межах похибки експерименту. Це дасть змогу визначити момент сил тертя і розрахувати за формулою (13.11) момент інерції системи (див. рис.13.2).

13.2 Опис експериментальної установки

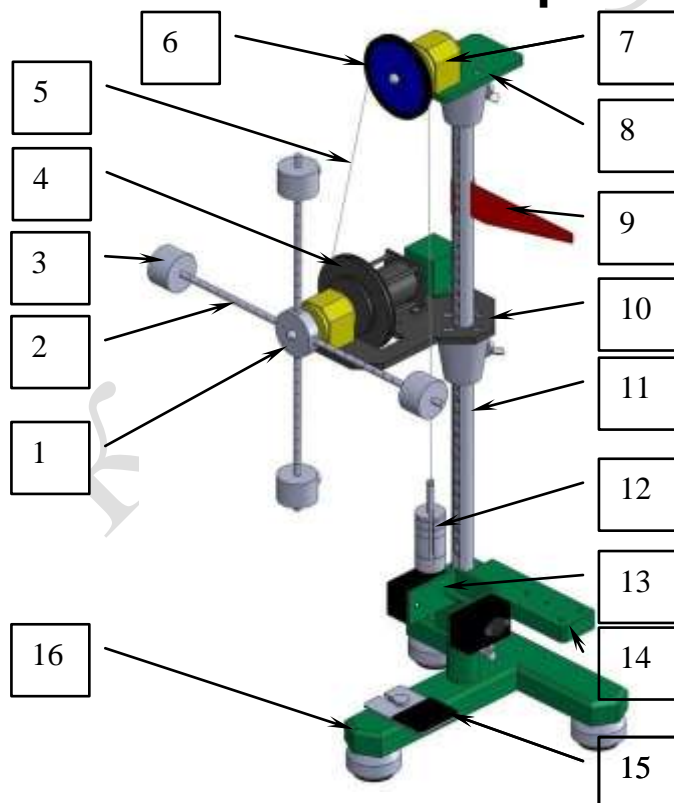


Рис. 13.3. Маятник Обербека

Маятник Обербека показано на рис.13.3. На штативі 16 змонтована стійка 11, в середній частині якої закріплено кронштейн 10, на якому розміщені: вузол підшипників. На осі підшипників з одного боку закріплено двоступінчастий шків 4, на який намотується капронова нитка 5, а з другого боку диск, в який вкручені чотири взаємно перпендикулярні стержні (хрестовина) 2. На стержні нанесені риски через кожні 10 мм. По кожному із стержнів можуть вільно переміщуватися і фіксуватися тягарці 3, що дає змогу змінювати момент інерції маятника без зміни його загальної маси. У верхній частині стійки на кронштейні 11 утримується вузол підшипників 7, на осі якого змонтовано блок 6, що забезпечує зміну напрямку руху капронової нитки, на якій висить набірний вантаж 12. Крім того, на кронштейні 7 змонтовано електромагнітне гальмо, яке дозволяє

на початку експерименту зафіксувати вантаж 12 на певній висоті; при розгальмуванні системи генерується електричний сигнал, який подається на блок керування запускає електронний секундомір (таймер); при перетині вантажем 12 оптичної осі фотодатчика 13 відбувається гальмування системи і припиняється відлік часу. Завдяки цьому автоматично вимірюється час проходження вантажем 12 заданої відстані. Для запобігання удару важка 12 об стіл на основ 16 встановлено гумову прокладку.

13.3. Порядок виконання роботи

1. Установіть тягарці m_0 на деякій відстані l від осі обертання (бажано в першому експерименті цю відстань взяти максимальною $l = L_{\max}$).

Перевірте, чи є маятник збалансованим. Для цього повертайте його на кут $\approx 45^\circ$. У кожному новому положенні маятник повинен залишатися у спокої. Збалансувати маятник можна, трохи змінюючи положення тягарців на певних стержнях хрестовини.

2. На шківі більшого радіуса ($r = r_1$) закріпіть нитку маятника, до кінця якої прикріпіть набірний вантаж масою m_1 і перекиньте нитку через верхній шків. Встановіть кронштейн з фотодатчиком в нижній частині шкали вертикальної стійки так, щоб площина кронштейна, пофарбована в червоний колір, збіглася з однією з рисок шкали, а набірний вантаж під час руху вниз проходив по центру робочого вікна фотодатчика.

Обертаючи маятник, встановіть набірний вантаж в крайньому верхньому положенні таким чином, щоб нижня площина вантажу співпала з однією з рисок шкали вертикальної стійки (візир вертикальної стійки стикається з нижньою площиною вантажу). Запишіть це значення. Зафіксуйте вантаж в цьому положенні. Для цього натисніть кнопку "СЕТЬ" електронного блоку, при цьому повинен спрацювати фрикціон електромагнітного гальма.

3. Натисніть кнопку "ПУСК" електронного блоку, при цьому відбувається розгальмування електромагнітного гальма, вантаж починає опускатися і таймер блоку починає відлік часу. При перетині вантажем оптичної осі фотодатчика відлік часу припиняється. Запишіть показання таймера, тобто час руху вантажу t . Визначте шлях h , пройдений вантажем, як відстань від нижньої площини вантажу в верхньому положенні до оптичної осі фотодатчика, користуючись шкалою вертикальної стійки. Рекомендується встановити вантаж в верхньому положенні таким чином, щоб відповідне значення h складало 25 - 30 см і в наступних дослідах його не змінюйте. Виміри часу повторіть тричі і визначте середнє значення $\langle t \rangle$. Повторіть цей дослід для різних значень (5 - 6) маси m , додаючи щоразу ще один тягарець або комбінуючи важки. Рекомендується наступні значення маси m : 50; 70; 90; 110; 130; 150 грамів. Усі результати вимірювань занесіть до табл. 13.1.

4. Завдання пунктів 2 – 3 виконайте для шківів меншого радіуса ($r = r_2$) при такому ж значенні $l = L_{\max}$. Дані занесіть до табл. 13.1.

5. Змініть момент інерції I системи, встановивши тягарці m_0 на мінімальній відстані від осі обертання $l = L_{\min}$. Повторіть експерименти, описані у пп. 1 – 4. Дані занесіть до табл. 13.2. Занесіть до відповідних таблиць параметри експериментальної установки:

радіус меншого шківів $r_1 = 0,02$ м; радіус більшого шківів; $r_2 = 0,035$ м.

3.3. Обробка результатів вимірювань

1. Для кожного з дослідів за формулою (13.8) розрахувати кутове прискорення β , підставляючи в неї значення $\langle t \rangle$ замість t . Результати розрахунків занести в табл. 13.1.

2. Для кожного з дослідів з різними тягарцями розрахуйте момент сили натягу нитки. Оскільки $a \ll g$, то для розрахунку M замість формули (13.9) можна скористатися наближеною формулою:

$$M \approx mgr. \quad (13.12)$$

Результати розрахунків заносити в табл. 13.1 та табл. 13.2.

3. Для кожного із значень моменту інерції на аркуші міліметрового паперу побудуйте залежність $M(\beta)$. За цими графіками визначити моменти сил тертя M_T та моменти інерції I . Порівняйте отримані результати. Знайдіть середнє значення M_T та середні значення I_{\max} та I_{\min} .

Обчислити момент інерції можна, скориставшись методом найменших квадратів. Як це зробити описано можна знайти на сайті physics.zfftt.kpi.ua на сторінці ПРОТОКОЛИ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ З ФІЗИКИ

4. Оцініть похибки визначення β та одного із значень моменту сили натягу нитки M . Для цього скористайтесь формулами, які дає «Теорія похибок і обробка результатів вимірювань у фізичній лабораторії»

$$\left(\frac{\sigma_\beta}{\beta}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_h}{h}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_r}{r}\right)^2 + 4\left(\frac{\sigma_t}{t}\right)^2; \quad (13.13)$$

$$\frac{S_{\langle\beta\rangle}}{\beta} = 2 \frac{S_{\langle t \rangle}}{t}; \quad (13.14)$$

$$\left(\frac{\sigma_M}{M}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_g}{g}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_r}{r}\right)^2, \quad (13.15)$$

де $S_{\langle\beta\rangle}$ і $S_{\langle t \rangle}$ – стандартні вибіркові відхилення відповідних середніх значень; $\sigma_\beta, \sigma_h, \dots, \sigma_t$ – систематичні похибки β, h, \dots, t .

5. На одному з експериментальних графіків відкладіть величини

$$\sigma_{\langle\beta\rangle} = \sqrt{S_{\langle\beta\rangle}^2 + \sigma_{\langle\beta\rangle}^2} \quad \text{і} \quad \sigma_M,$$

які характеризують похибки експерименту так, як показано на рис.13.2. Зробіть висновок відносно справедливості рівняння (13.10) у межах похибки експерименту. Дані для розрахунку похибок і результати розрахунків (див. «Теорією обробки результатів вимірювань...») записати в табл. 13.3.

6. З таблиці 13.1 за двома значеннями I_{\min} визначаємо середнє значення моменту інерції $\langle I_{\min} \rangle$ та так само середнє значення моменту сили тертя $\langle M_T \rangle$:

$$\langle I_{\min} \rangle = \quad \quad \quad \langle M_T \rangle =$$

Табл. 13.1

$L = L_{\min}$										
i	$r = r_1 = \dots\dots\dots(\text{м})$					$r = r_2 = \dots\dots\dots(\text{м})$				
	m (кг) $\times 10^3$	M_i , Н · м	$t_{1,2,3}$	$\langle t \rangle$, с	β_i , рад/с	m (кг) $\times 10^3$	M_i , Н · м	$t_{1,2,3}$	$\langle t \rangle$, с	β_i , рад/с
1										
2										
3										
4										
5										
6										
$M_T = \dots\dots\dots(\text{Н} \cdot \text{м})$					$M_T = \dots\dots\dots(\text{Н} \cdot \text{м})$					
$I_{\min} = \dots\dots\dots(\text{кг} \cdot \text{м}^2)$					$I_{\min} = \dots\dots\dots(\text{кг} \cdot \text{м}^2)$					

Табл. 13.2

$L = L_{\max}$										
i	$r = r_1 = \dots\dots\dots(\text{м})$					$r = r_2 = \dots\dots\dots(\text{м})$				
	m (кг) $\times 10^3$	M_i , Н · м	$t_{1,2,3}$	$\langle t \rangle$, с	β_i , рад/с	m (кг) $\times 10^3$	M_i , Н · м	$t_{1,2,3}$	$\langle t \rangle$, с	β_i , рад/с
1										
2										
3										

4									
5									
6									
$M_T = \dots\dots\dots (\text{Н} \cdot \text{м})$ $I_{\min} = \dots\dots\dots (\text{кг} \cdot \text{м}^2)$					$M_T = \dots\dots\dots (\text{Н} \cdot \text{м})$ $I_{\min} = \dots\dots\dots (\text{кг} \cdot \text{м}^2)$				

Табл. 13.3

$\sigma_t =$	$\sigma_m =$	$\sigma_s =$	$\sigma_\beta =$
$\sigma_h =$	$\sigma_r =$	$\sigma_M =$	$\sigma_{\langle\beta\rangle\Sigma} =$
$S_t =$	$S_{\langle\beta\rangle} =$	$\sigma_M / M =$	$\sigma_\beta / \beta =$

13.4. Контрольні запитання

1. Момент сил і момент імпульсу системи матеріальних точок відносно деякого початку (точки O). Зв'язок між ними – рівняння моментів для системи матеріальних точок.
2. Закон збереження моменту імпульсу для системи матеріальних точок.
3. Момент імпульсу та момент сил відносно осі. Рівняння моментів відносно цієї осі.
4. Обчислення моменту інерції твердого тіла відносно нерухомої осі обертання.
5. Теорема Штейнера.
6. Основне рівняння динаміки обертального руху твердого тіла навколо нерухомої осі.
5. Як у роботі визначається момент інерції маятника Обербека? Від чого він залежить?
6. Як за графічною залежністю $M(\beta)$ визначити момент сил тертя?
7. Як оцінити похибки експерименту?

Література

1. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Т.1. “Техніка”, – К., 1999.
2. Савельев И. В. Курс общей физики. В 3 т. Т.1.– М. : Наука, 1977.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. 1. – М. : Наука, 1974.
- 4.Руководство к лабораторным занятиям по физике /Под ред. Л.Л. Гольдина. – М.: Наука, 1973.

