

Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Фізико-математичний факультет

Лабораторна робота № 1-1

**Вивчення теорії обробки результатів  
вимірювань у фізичній лабораторії на  
прикладі математичного маятника**

Виконана студ. групи \_\_\_\_\_

---

Київ-2019

## Вивчення теорії обробки результатів вимірювань у фізичній лабораторії на прикладі математичного маятника

### 1.1. Теоретичні відомості

У фізиці маятником вважають таке тверде тіло, яке коливається під дією сили тяжіння навколо нерухомої точки або осі. Розрізняють математичний і фізичний маятники.

Математичним маятником називають ідеалізовану систему, що складається з невагомої й нерозтяжної нитки довжини  $l$ , на якій підвішена матеріальна точка масою  $m$ , що може коливатися відносно точки підвісу  $O$  (рис.1.1). Достатньо коректним наближенням до математичного маятника служить невелика важка куля, підвішена на довгій тонкій малорозтяжній нитці.

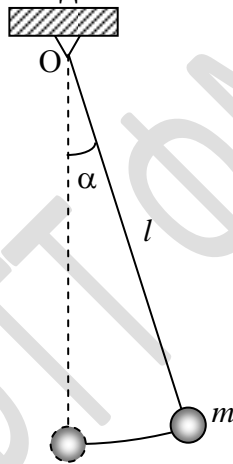


Рис. 1.1

За малих кутів відхилення від положення рівноваги і при настільки малому терті, що ним можна знехтувати, математичний маятник здійснює гармонічні коливання, період яких визначається довжиною  $l$  маятника та прискоренням вільного падіння  $g$ :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Період коливань маятника може бути обчислений за формулою або виміряний за допомогою секундоміра.

Вимірювання періоду коливань математичного маятника за допомогою секундоміра – це прямі вимірювання. При їх здійсненні на одержані результати впливають різноманітні фактори, тому ці результати є тільки певним наближенням до істинного значення. Найкращім наближенням до істинного можна одержати, вимірявши період декілька разів і визначивши середнє значення періоду  $\langle T \rangle$ . Ступінь наближення оцінюють, обчисливши похибки.

Для успішного виконання цієї роботи попередньо необхідно ознайомитися з коротким викладом “Теорії похибок і обробки результатів вимірювань у фізичній лабораторії”.

## 1.2. Опис установки та метод вимірювання

Установка є важкою кулею, яка підвішується на малорозтягнутому дроті, довжина якого набагато більша за розміри кулі. Час вимірюють електронним секундоміром з точністю до 0,01 с.

Якщо виміряти час  $\Delta t_i$  п'яти повних коливань, то значення періоду коливань обчислюється за формулою:

$$T_i = \frac{\Delta t_i}{5}. \quad (1.1)$$

Для того, щоб коливання можна було вважати гармонічними (такими, що відбуваються за законом косинуса чи синуса), маятник слід відхиляти на невеликі кути (близько  $6^\circ$ ).

## 1.3. Послідовність виконання роботи

1. Підготувати таблиці, аналогічні табл.1.1 та табл.1.2, які показані нижче. (При можливості таблиці готуються в програмі MS Excel при цьому можна запрограмувати обчислення необхідних величин згідно із формулами, які наведені у нижній частині таблиць).
2. Привести маятник у коливний рух. Секундоміром виміряти час п'яти коливань, записати результат з точністю до 0,01 с в табл.1.1.  
Виконати 50 таких вимірювань.  
Одержані результати скопіювати в табл.1.2.
2. Виконати ще одну серію з 50-ти вимірювань і одержані результати занести у таблицю 1.2, починаючи з рядка 51.
3. Записати ціну поділки секундоміра:  $\delta = \dots\dots\dots$

## 1.4. Обробка результатів вимірювань

1. За формулою (1.1) розрахувати з точністю до 0,001 с період коливань для кожного з 50-ти вимірювань. Результати розрахунків занести до табл. 1.1.

2. Обчислити середнє значення періоду  $\langle T \rangle = \frac{T_1 + T_2 + T_3 + \dots + T_{50}}{50} = \frac{\sum_{i=1}^{50} T_i}{50}$ .

Результати занести в таблицю 1.1.

3. Обчислити відхилення кожного значення періоду від середнього значення  $\Delta T_i = T_i - \langle T \rangle$  та його квадрат  $(\Delta T_i)^2$  і занести дані в таблицю 1.1.

4. Дії, вказані в пунктах 1 – 3 виконати для даних таблиці 1.3.

5. За даними таблиць 1.1 та 1.3 підрахувати  $\Delta n_i$  кількість відхилень  $\Delta T_i$ , які попадають у вузькі інтервали рівної ширини 0,01 с, від -0,10 с до +0,10 с. Одержані значення занести до таблиць 1.2 (50 вимірювань) та 1.4 (100 вимірювань).

6. Підрахувати відносну кількість значень  $\Delta n_i/n$ , що потрапили до кожного з інтервалів (1, 2, 3, ...20), розділивши  $\Delta n_i$  табл. 1.2 на  $n = 50$ , а  $\Delta n_i$  табл. 1.4 на  $n = 100$ . Результати занести до табл. 1.5.

7. Побудувати гістограми для серій з 50-ти і 100-та вимірювань. На вертикальній осі гістограми відкладається значення  $\Delta n_i/n$ , а на горизонтальній осі – значення випадкової величини відхилень  $\Delta T_i$  за інтервалами. Зразок гістограми для  $n = 50$  зображений на рис.1.2.

8. Обчислити вибічковий стандарт середнього (середню квадратичну похибку середнього)  $S_{\langle T \rangle}$  для  $n = 50$  та  $n = 100$  за формулою:

$$S_{\langle T \rangle} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (T_i - \langle T \rangle)^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta T_i^2}{n(n-1)}}.$$

9. Обчислити сумарне стандартне відхилення, зумовлене систематичними похибками, за формулою

$$\sigma_{\langle T \rangle \Sigma} = \frac{\sigma_{\langle \Delta T \rangle}}{m} = \frac{\delta}{m \sqrt{12}},$$

де  $\delta$  – ціна поділки секундоміра,  $m = 5$  (кількість коливань).

10. Перевірити виконання правила трьох сигм та записати кінцевий результат відповідно до вказівок розділу «Теорія похибок і обробка результатів вимірювань у фізичній лабораторії». Для розрахунків скористатися даними табл. 1.1 та 1.3.

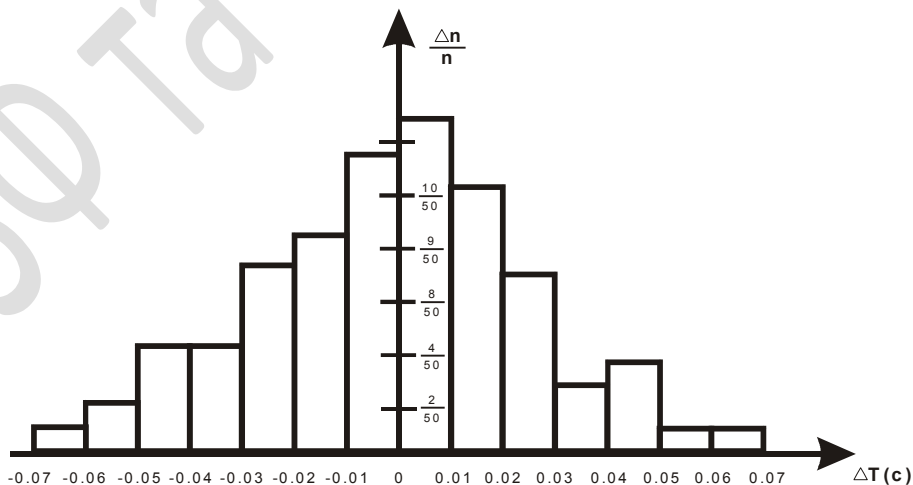


Рис. 1.2

Таблиця 1.1 (для n = 50)

Номер досліджу n	Час п'яти коливань $\Delta t_i, \text{с}$	Період $T_i = \frac{\Delta t_i}{5}, \text{с}$	$\Delta T_i = T_i - \langle T \rangle,$ с	$\Delta T_i^2, \text{с}^2$
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				
21				
22				
23				
24				
25				
26				
27				
28				
29				
30				
31				
32				
33				
34				
35				
36				
37				
38				
39				
40				
41				
42				
43				
44				

45				
46				
47				
48				
49				
50				
		$\sum_{i=1}^{50} T_i =$		$\sum_{i=1}^{50} (\Delta T_i)^2 =$
		$\langle T \rangle = \frac{\sum_{i=1}^{50} T_i}{50} =$		$\frac{\sum_{i=1}^{50} (\Delta T_i)^2}{50} =$

Таблиця 1.2 (для  $n = 50$ )

Інтервал відхилень $\Delta T_i$	$-0,10 \leq \Delta T_i < -0,09$	$-0,09 \leq \Delta T_i < -0,08$	$-0,08 \leq \Delta T_i < -0,07$	$-0,07 \leq \Delta T_i < -0,06$	$-0,06 \leq \Delta T_i < -0,05$
№	1	2	3	4	5
Інтервал відхилень $\Delta T_i$	$-0,05 \leq \Delta T_i < -0,04$	$-0,04 \leq \Delta T_i < -0,03$	$-0,03 \leq \Delta T_i < -0,02$	$-0,02 \leq \Delta T_i < -0,01$	$-0,01 \leq \Delta T_i < -0$
№	6	7	8	9	10
Інтервал відхилень $\Delta T_i$	$0,0 \leq \Delta T_i < 0,01$	$0,01 \leq \Delta T_i < 0,02$	$0,02 \leq \Delta T_i < 0,03$	$0,03 \leq \Delta T_i < 0,04$	$0,04 \leq \Delta T_i < 0,05$
№	11	12	13	14	15
Інтервал відхилень $\Delta T_i$	$0,05 \leq \Delta T_i < 0,06$	$0,06 \leq \Delta T_i < 0,07$	$0,07 \leq \Delta T_i < 0,08$	$0,08 \leq \Delta T_i < 0,09$	$0,09 \leq \Delta T_i < 0,10$
№	16	17	18	19	20

Таблиця 1.3 (для  $n = 100$ )

Номер досліду $n$	Час п'яти коливань $\Delta t_i$ , с	Період $T_i = \frac{\Delta t_i}{5}$ , с	$\Delta T_i = T_i - \langle T \rangle$ , с	$\Delta T_i^2$ , с <sup>2</sup>
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				
21				
22				
23				
24				
25				
26				
27				
28				
29				
30				
31				
32				
33				
34				
35				
36				
37				
38				
39				
40				
41				
42				
43				
44				
45				
46				
47				
48				
49				
50				
51				
52				
53				
54				
55				
56				
57				
58				

59			
60			
61			
62			
63			
64			
65			
66			
67			
68			
69			
70			
71			
72			
73			
74			
75			
76			
77			
78			
79			
80			
81			
82			
83			
84			
85			
86			
87			
88			
89			
90			
91			
92			
93			
94			
95			
96			
97			
98			
99			
100			
		$\sum_{i=1}^{50} T_i =$	$\sum_{i=1}^{50} (\Delta T_i)^2 =$
		$\langle T \rangle = \frac{\sum_{i=1}^{50} T_i}{50} =$	$\frac{\sum_{i=1}^{50} (\Delta T_i)^2}{50} =$



Таблиця 1.4 (для  $n = 100$ )

Інтервал відхилень $\Delta T_i$	$-0,10 \leq \Delta T_i < -0,09$	$-0,09 \leq \Delta T_i < -0,08$	$-0,08 \leq \Delta T_i < -0,07$	$-0,07 \leq \Delta T_i < -0,06$	$-0,06 \leq \Delta T_i < -0,05$
№	1	2	3	4	5
Інтервал відхилень $\Delta T_i$	$-0,05 \leq \Delta T_i < -0,04$	$-0,04 \leq \Delta T_i < -0,03$	$-0,03 \leq \Delta T_i < -0,02$	$-0,02 \leq \Delta T_i < -0,01$	$-0,01 \leq \Delta T_i < -0$
№	6	7	8	9	10
Інтервал відхилень $\Delta T_i$	$0,0 \leq \Delta T_i < 0,01$	$0,01 \leq \Delta T_i < 0,02$	$0,02 \leq \Delta T_i < 0,03$	$0,03 \leq \Delta T_i < 0,04$	$0,04 \leq \Delta T_i < 0,05$
№	11	12	13	14	15
Інтервал відхилень $\Delta T_i$	$0,05 \leq \Delta T_i < 0,06$	$0,06 \leq \Delta T_i < 0,07$	$0,07 \leq \Delta T_i < 0,08$	$0,08 \leq \Delta T_i < 0,09$	$0,09 \leq \Delta T_i < 0,10$
№	16	17	18	19	20

Таблиця 1.5

Інтервали відхилень за номерами №	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
$\Delta n_i/n$ ДЛЯ $n = 50$																					
$\Delta n_i/n$ ДЛЯ $n = 100$																					

Результати обчислень похибок:

$S_{<T>} =$	$\sigma_{T\Sigma} =$
-------------	----------------------

Остаточний результат: .....

Довірча ймовірність .....

Коефіцієнт Стьюдента.....

$$T = \pm \dots\dots\dots \text{с.}$$

## Контрольні запитання

1. Що називають математичним маятником?
2. Які коливання називаються гармонічними?
3. Назвіть типи вимірів та наведіть класифікацію похибок вимірювань.
4. Що відображає гістограма?
5. Як будується гістограма?
6. Вибіркове середнє результатів прямих вимірів.
7. Виведіть формули для  $\sigma_{\langle g \rangle \Sigma}$  і  $S_{\langle g \rangle}$ .
8. Як обчислюється похибка непрямих вимірів?
9. Закон всесвітнього тяжіння. Формула визначення  $|g|$  у даній роботі?

## Література

1. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Т.1. "Техніка", – К.,1999.
2. Савельев И. В. Курс общей физики. В 3 т. Т.1.– М. : Наука, 1977.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. 1. – М. : Наука, 1974.
4. Руководство к лабораторным занятиям по физике /Под ред. Л.Л. Гольдина . – М.: Наука, 1973.
5. Сквайрс Дж. Практическая физика. – М.: Мир, 1971.
6. Диденко Л.Г., Керженцев В.В. Математическая обработка и оформление результатов эксперимента. – М.: Изд. МГУ, 1977.

