

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Фізико-математичний факультет

Лабораторна робота № 1-16

Визначення модуля зсуву сталі

Виконана студ. групи _____

Київ-2019

Лабораторна робота №1-16

Визначення модуля зсуву сталі

Мета роботи: визначити модуль зсуву сталі методом крутильних коливань

Прилади та обладнання: крутильний маятник, електронний секундомір, штангенциркуль, ваги.

16.1. Стислі теоретичні відомості

В основу методу визначення модуля зсуву покладене вимірювання періоду коливань крутильного маятника – який являє собою тіло, підвішене на пружній нитці. Коливання тіла відбуваються в результаті дії моменту сили пружності, що виникає при закручуванні нитки.

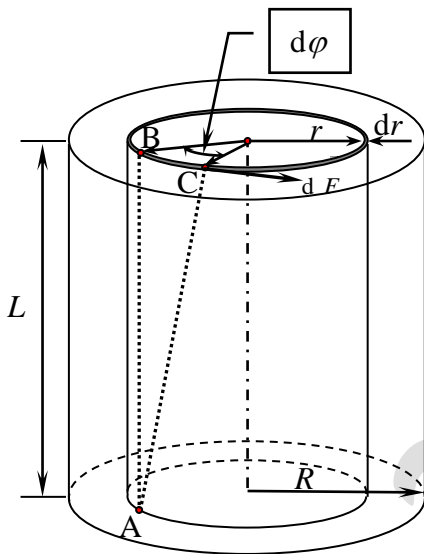


Рис. 1

В даному разі пружна нитка являє собою дріт радіуса R . Нехай один кінець дроту закріплений. Визначимо момент сили M , який повинен діяти на інший кінець дроту, щоб закрутити його на кут φ . Для цього виділимо в дроті тонку трубку довжиною L , радіусом r і товщиною dr (див. рис.1). Під дією дотичної зовнішньої сили dF , момент якої дорівнює $dM = r \cdot dF$, відбувається закручування дроту на кут $d\varphi$, тобто твірна AB займе положення AC . Зсув точки B в положення C дорівнює довжині дуги $BC = r \cdot d\varphi$. За законом Гука для деформації зсуву величина зсуву прямо пропорційна до величини сили dF , відстані L між площинами, зсув яких розглядається, і обернено пропорційна площі зсуву – в даному разі площі кільця

$dS = 2\pi r dr$. Тоді

$$r \cdot d\varphi = \frac{1}{G} \cdot \frac{dF \cdot L}{dS} = \frac{1}{G} \cdot \frac{dF \cdot L}{2\pi r dr}. \quad (16.1)$$

Коефіцієнт пропорційності в цій формулі G називають модулем зсуву.

Момент сили пружності, що виникає в дроті, дорівнює за величиною моменту сили dF і напрямлений протилежно. Отже момент сили пружності

$$dM = -r \cdot dF = \frac{G \cdot 2\pi r^3 dr \cdot d\varphi}{L}. \quad (16.2)$$

Інтегрування по всьому перерізу дроту (від 0 до R) і по куту закручування – від 0 до φ дає:

$$M = -\frac{G \cdot 2\pi}{L} \int_0^\varphi d\varphi \cdot \int_0^R r^3 dr = -\frac{\pi G}{2L} \cdot R^4 \cdot \varphi. \quad (16.3)$$

При проведенні експерименту тіло підвішують не на одному, а на двох дротах, кожний з яких створює свій момент сили. Результуючий момент дорівнює сумі цих двох моментів, тому

$$M = M_1 + M_2 = -\frac{\pi G}{2} R^4 \varphi \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \right) \quad (16.4)$$

тут мається на увазі, що обидва дроти мають однаковий радіус.

Якщо ввести зведену довжину $L_0 = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$, то формула (16.4) набуде вигляду:

$$M = -\frac{\pi G}{2 L_0} R^4 \varphi. \quad (16.5)$$

Якщо систему вивести з рівноваги, закрутивши дріт на кут φ , то вона буде обертатися під дією моменту сили (16.5). Тоді за основним законом динаміки обертального руху маємо $M = I \beta$, де I – момент інерції, $\beta = \ddot{\varphi}$ – кутове прискорення – друга похідна по часу від кута повороту φ . Урахувавши (16.5) маємо

$$-\frac{\pi G}{2 L_0} R^4 \varphi = J \ddot{\varphi}. \quad (16.6)$$

Це однорідне диференціальне рівняння другого порядку, розв'язком якого є рівняння гармонічних коливань (це легко перевірити прямою підстановкою)

$$\varphi = \varphi_0 \cos(\omega t + \psi_0), \quad (16.7)$$

в якому циклічна частота

$$\omega^2 = \frac{\pi G R^4}{2 L_0 J}, \quad (16.8)$$

і період коливань

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{2 L_0 J}{\pi G R^4}}. \quad (16.8)$$

Момент інерції системи складається з моментів інерції рамки J_0 та моменту інерції вставленого у неї тіла J_T : $J = J_0 + J_T$. Тому формула (16.8) набуває вигляду:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{2 L_0}{\pi G R^4} J_0 + \frac{2 L_0}{\pi G R^4} J_T} = 2\pi \sqrt{p + k J_T}, \quad (16.9)$$

де $p = \frac{2 L_0}{\pi G R^4} J_0$; $k = \frac{2 L_0}{\pi G R^4}$. Якщо ввести позначення $y = T^2 / 4\pi^2$, $x = J_T$, очевидно, що залежність $y(x)$ являє прямою $y = p + kx$, з кутовим коефіцієнтом (тангенсом кута нахилу) k , за величиною якого можна обчислити модуль зсуву:

$$G = \frac{2 L_0}{\pi k R^4}. \quad (16.10)$$

16.2. Опис експериментальної установки

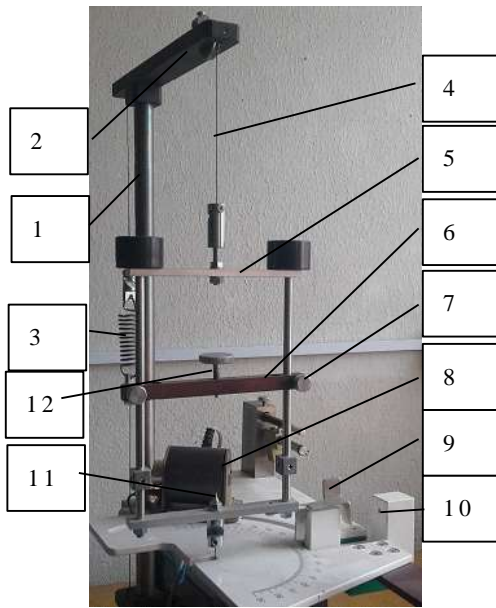


Рис. 2

Експериментальна установка являє собою крутильний маятник, показаний на рис. 2. У верхній та нижній частинах штанги 1 закріплені два кронштейна 2, між якими за допомогою пружини 3 натягнутий сталевий дріт 4, між кінцями якого закріплена рамка 5. По сторонах рамки може ковзати горизонтальна планка 6, яка може фіксуватися на сторонах рамки за допомогою спеціальних гвинтів 7. Тіло, що використовується при виконанні роботи встановлюється всередину рамки на центруючий штифт 11 і затискається центруючим гвинтом 12, розташованим на планці. При виконанні роботи слідкуйте, щоб тіло коливалося разом із рамкою, не проковзуючи.

До рамки прикріплений прапорець 9, який перетинаючи світловий промінь фотоелектричного датчика 10 вмикає електронну схему підрахунку кількості коливань і часу (секундомір). Електромагніт 8 утримує рамку перед початком вимірювань.

16.3. Послідовність виконання роботи

У даній лабораторній роботі тілом, яке використовується для вимірювань, слугує прямокутний паралелепіпед, показаний на рис.3. Моменти його інерції відносно головних осей симетрії, які співпадають з координатними осями Ox , Oy , Oz , обчислюються за формулами:

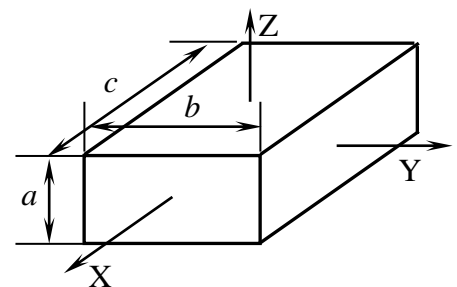


Рис. 3

$$\begin{aligned} J_x &= \frac{1}{12} m (a^2 + b^2), \\ J_y &= \frac{1}{12} m (a^2 + c^2) . \\ J_z &= \frac{1}{12} m (b^2 + c^2). \end{aligned} \quad (16.11)$$

1. Виміряйте масу і розміри бруска і запишіть їх в табл.16.1

2. Вставте в рамку брусок так, щоб вісь його обертання співпадала віссю ОХ. Увімкніть секундомір (вимикач знаходиться на задній стінці) і натисніть кнопку «Стоп».

3. Поверніть рамку так, щоб прапорець торкнувся магніта. Рамка при цьому буде утримуватися магнітом.

4. Натисніть кнопку «Старт». Рамка почне коливатися. Відрахуйте 10 коливань і натисніть кнопку «Стоп». Покази секундоміра занесіть в табл.16.2.

5. Повторіть вимірювання пунктів 3 ще два рази.

6. Вставте брусок у рамку так, щоб вісь обертання співпадала з його віссю ОУ і виконайте дії, вказані в пп. 3 – 4.

7. Вставте брусок у рамку так, щоб вісь обертання співпадала з його віссю ОZ і виконайте дії, описані в пп. 3 – 4.

16.4. Обробка результатів вимірювань

1. Обчисліть моменти інерції бруска відносно осей обертання ОХ, ОУ, ОZ. Результати запишіть в табл.16.2.

2. Обчисліть середні значення часу 10-ти коливань, період коливань $T = \langle t \rangle / 10$ та $T^2/4\pi^2$. Результати обчислень запишіть у табл. 16.2.

3. Обчисліть значення параметрів p і k за методом найменших квадратів. Ці параметри визначаються за формулами:

$$k = \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle}{D(x)}, \quad (16.12)$$
$$p = \langle y \rangle - k \langle x \rangle,$$

де

$$\langle x \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2, \quad \langle xy \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i, \quad \langle y \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i, \quad \langle x^2 \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2, \quad D(x) = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2.$$

У цих формулах n – кількість значень параметрів $x = J_T$ та $y = T^2/4\pi^2$, (у даному разі $n = 3$). При розрахунках слід пам'ятати, що у чисельнику формули для b віднімаються близькі за величиною числа, тому при їх обчисленні треба утримувати максимальну кількість цифр. Найпростіше це робити за допомогою MS Excel, або безоплатних математичних пакетів, наприклад, SciLab.

4. За обчисленим значенням коефіцієнта k обчисліть модуль зсуву, використовуючи формулу (16.10).

5. Побудуйте графік залежності $y(x)$ і обчисліть кутовий коефіцієнт прямої (тангенс кута нахилу графіка) і порівняйте його з значенням, обчисленим за методом найменших квадратів.

Діаметр дроту $d = 0,8$ мм, довжина дроту знизу і зверху від рамки $L_1 = L_2 = 11$ см.

Табл.16.1.

a , мм	b , мм	c , мм	m , г
30	50	70	844,9

Табл. 16.2.

Вісь		Час 10 коливань, t , с	Середнє значення $\langle t \rangle$, с	Період коливань T , с	$\frac{T^2}{4\pi^2}$	J_T , кг·м ²
OX	1					
	2					
	3					
OY	1					
	2					
	3					
OZ	1					
	2					
	3					

16.5. Контрольні запитання

1. Види деформації твердих тіл.
2. Пружні деформації, непружні деформації, межа міцності. Закон Гука для пружних деформацій твердого тіла.
3. Основне рівняння динаміки обертального руху.
4. Рівняння коливань при русі тіла під дією сили кручення нитки та одержати його розв'язок.
5. Момент інерції системи матеріальних точок та твердого тіла.
6. Метод найменших квадратів.

16.6. Література

1. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики: навчальний посібник для студентів вищих техн. і пед. закладів освіти. – К.: Техніка, 1999. С. 115 – 120.

2. Сивухин В.Д. Общий курс физики. Т1. Механика. М.: Наука, 1974. С. 379 – 384, 397 – 400.

Каф. ФФ та ФТТ

