**Національний технічний університет України**

**«Київський політехнічний інститут»**

**Фізико-математичний факультет**

**Лабораторна робота № 2-10**

# Дослідження загасаючих коливань у коливальному контурі

**Виконана студентом групи_____________**

________________________________________

**Київ КПІ – 2016**

## Лабораторна робота ФПЕ-10

# Дослідження загасаючих коливань у коливальному контурі

Мета роботи: визначення параметрів та характеристик реального коливального контуру.
Прилади та обладнання: генератор звукових сигналів ГЗ-111, осцилограф С1-76, касета з контуром ФПЕ-10/11, перетворювач імпульсів ПИ/ФПЕ-09, джерело живлення ИП, магазин опорів MR.
Блок-схема експериментальної установки показана на рис. 10.1.

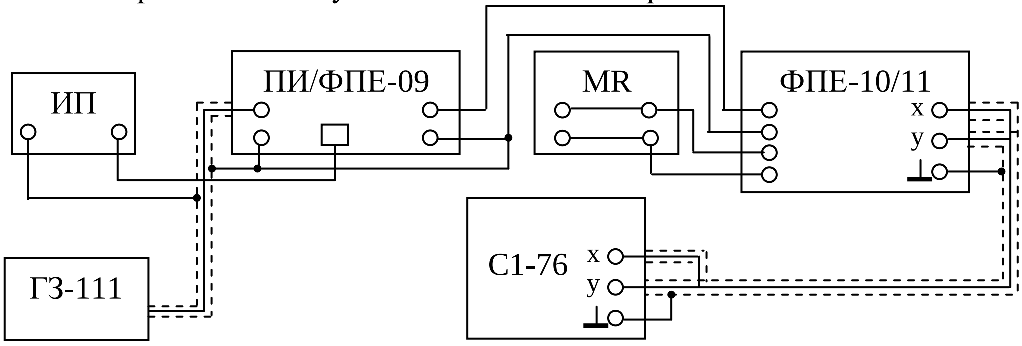


**Рис. 10.1**

## Теоретичні відомості

Якщо зарядити конденсатор від батареї до напруги $U$ (рис. 10.2а), а потім перевести ключ К з положення 1 у положення 2, то конденсатор $C$ почне розряджатися через котушку $L$ і у контурі виникнуть електромагнітні коливання.

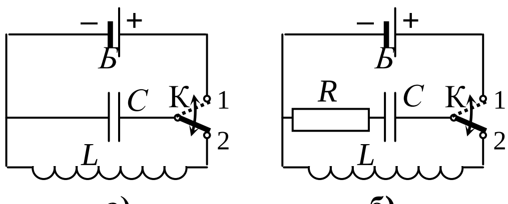


**Рис. 10.2**

Спочатку розглянемо випадок, коли опір контуру $R = 0$. Після замикання контуру (ключ у положенні 2) в ньому починає текти струм $i$. Зміна струму в колі зумовлює появу в котушці ЕРС самоіндукції $E_S$, яка за правилом Ленца перешкоджає змінам струму, тобто гальмує розряд конденсатора. Якщо ж сила струму в колі зменшується, то ЕРС самоіндукції підтримує струм, який викликав її появу. Це призводить до перезарядки конденсатора, після чого процес повторюється, однак з іншим напрямом струму. У подальшому ці процеси повторюються, тобто виникають коливання.

Час, за який конденсатор розряджається, а потім знову заряджається, називається періодом власних коливань.

У початковий момент, коли конденсатор був заряджений, у ньому була накопичена енергія

$$W_e = \frac{CU^2}{2}.$$

Під час розрядки енергія електричного поля конденсатора перетворюється в енергію магнітного поля котушки і, коли конденсатор повністю розряджений, енергія магнітного поля досягає максимального значення

$$W_m = \frac{LI_0^2}{2},$$

де $I_0$ – амплітуда струму в контурі. Під час перезарядки конденсатора енергія магнітного поля знову перетворюється на енергію електричного поля. У контурі відбуваються незагасаючі електромагнітні коливання.

Усі без винятку провідники за звичайних умов мають відмінний від нуля опір, тому частина енергії при коливаннях витрачається на їх нагрівання, тобто перетворюється на теплову і втрачається. В наслідок цього амплітуда електромагнітних коливань в контурі зменшується – відбувається загасання коливань (рис. 10.3).

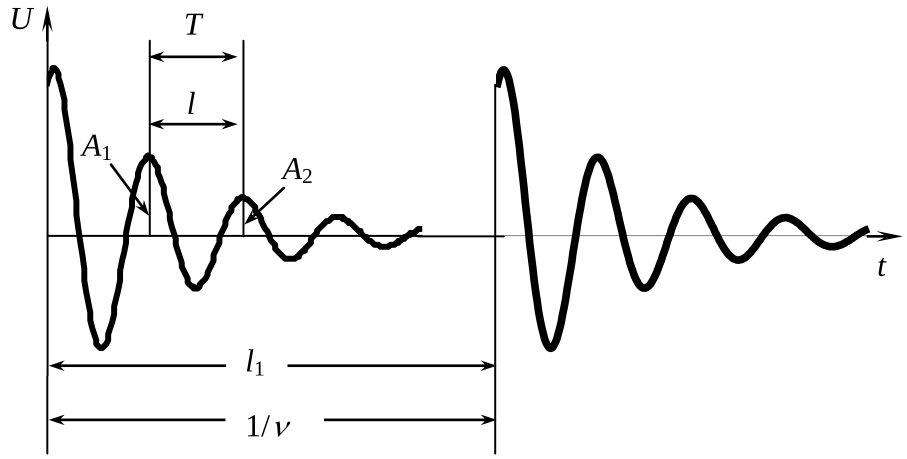


**Рис. 10.3**

При достатньо великому опору контуру або малій індуктивності коливання у ньому взагалі не виникають, а відбувається так званий аперіодичний розряд конденсатора.

У коливальному контурі ЕРС самоіндукції $\mathcal{E}_S$ виникає в котушці індуктивності, тому для реального коливального контуру (рис. 10.2 б) за другим правилом Кірхгофа можна записати

$$Ri + U_C = \mathcal{E}_S, \tag{10.1}$$

де $Ri$ – напруга на резисторі, $U_C$ – напруга на конденсаторі. Урахувавши, що $i = \mathrm{d}q/\mathrm{d}t$ і $U_C = q/C$ та $\mathcal{E}_S = -L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = -L\frac{\mathrm{d}^2 q}{\mathrm{d}t^2}$, можемо записати

$$R\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} + \frac{q}{C} = -L\frac{\mathrm{d}^2 q}{\mathrm{d}t^2}. \tag{10.2}$$

Тепер зробимо заміну $q = CU$. Тоді маємо

$$RC\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} + U = -LC\frac{\mathrm{d}^2 U}{\mathrm{d}t^2}. \tag{10.3}$$

У канонічній формі це рівняння має вигляд:

$$\frac{d^2U}{dt^2}+\frac{R}{L}\frac{dU}{dt}+U\frac{1}{LC}=0. \tag{10.4}$$

Введемо позначення

$$\beta=\frac{R}{2L} \tag{10.5}$$

– коефіцієнт загасання,

$$\omega_0^2=\frac{1}{LC} \tag{10.6}$$

– власна частота. Тепер рівняння (10.6) набуває вигляду

$$\frac{d^2U}{dt^2}+2\beta\frac{dU}{dt}+\omega_0^2U=0. \tag{10.4а}$$

Якщо $\omega_0^2>\beta^2$, то розв'язком рівняння (10.4а) є функція

$$U=U_0\,e^{-\beta t}\cos\left(\omega t+\alpha\right), \tag{10.7}$$

де $\omega$ – циклічна частота загасаючих коливань:

$$\omega=\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}=\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{R^2}{4L^2}}. \tag{10.8а}$$

При цьому період загасаючих коливань

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{R^2}{4L^2}}}. \tag{10.8б}$$

Якщо рівняння (10.7) домножити на С (одержимо заряд конденсатора) і взяти похідну по часу, одержимо рівняння

$$\frac{d^2i}{dt^2}+2\beta\frac{di}{dt}+\omega_0^2i=0. \tag{10.4а}$$

Його розв'язком є функція $i(t)$ подібна до (10.7), тобто струм у колі здійснює загасаючі коливання, щоправда, початкова фаза цих коливань буде іншою.

З (10.8а) та (10.8б) видно, що у контурі можливі загасаючі коливання лише у тому випадку, коли $(R/2L)^2<1/LC$ (частота та період є дійсними величинами), або ж $R<2\sqrt{\frac{L}{C}}$. Якщо ж $R\geq 2\sqrt{\frac{L}{C}}$, то коливань у контурі не виникає, а відбувається аперіодичний розряд конденсатора. Опір

$$R_К=2\sqrt{\frac{L}{C}} \tag{10.9}$$

називають критичним.

Щоб характеризувати загасаючі коливання, окрім коефіцієнта загасання $\beta$, використовується ще логарифмічний декремент (лат. dekrement - зменшення) загасання.

Логарифмічним декрементом загасання називається натуральний логарифм відношення значень напруги, розділених інтервалом часу, рівним періоду коливань *T,*

$$\lambda = \ln\frac{A_1}{A_2} = \ln\frac{A(t)}{A(t+T)} \qquad (10.10)$$

або

$$\lambda = 2{,}3\lg\frac{A_1}{A_2} = 2{,}3\lg\frac{A(t)}{A(t+T)}. \qquad (10.10а)$$

Якщо в (10.9) підставити вираз амплітуди загасаючих коливань $A(t) = U_0\,\mathrm{e}^{-\beta t}$ та $A(t+T) = U_0\,\mathrm{e}^{-\beta(t+T)}$, то отримаємо

$$\lambda = \beta T, \qquad (10.11)$$

або ж з урахуванням (10.8б)

$$\lambda = \beta T = \frac{R}{2L}\cdot\frac{2\pi}{\sqrt{\dfrac{1}{LC} - \dfrac{R^2}{4L^2}}}. \qquad (10.11а)$$

У деяких випадках зручно вивчати коливний процес у системі координат $i$ та $U$, тобто відкладати на осі абсцис значення струму в контурі, а на осі ординат – напругу на конденсаторі у той же момент часу. Площина $i - U$ має назву площини станів, або фазової площини, а крива, яка зображає залежність напруги від струму, називається фазовою кривою (рис. 10.4).

Знайдемо фазову криву для контуру, опір якого $R = 0$. У цьому випадку $\beta = R/2L = 0$ і тоді (10.7), (10.8) та (10.8а) перетворюються на $\omega = 1/\sqrt{LC}$; $T = 2\pi\sqrt{LC}$ і

$$U = U_0\cos\omega t. \qquad (10.12)$$

При цьому струм у контурі

$$i = -C\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = U_0\omega C\sin\omega t. \qquad (10.13)$$

Рівняння (10.12), (10.13) описують незагасаючі коливання. Виключивши з них час *I,* отримаємо рівняння фазової кривої (рівняння еліпса):

$$\frac{U}{U_0^2} + \frac{i^2}{(U_0\omega C)^2} = 1. \qquad (10.13)$$

Еліпс можна отримати у результаті накладання двох взаємно перпендикулярних гармонічних коливань (10.12), (10.13) із зсувом фаз у чверть періоду.

У контурі, опір якого $R > 0$, відбуваються загасаючі коливання напруги (10.7) та струму:

$$U = U_0\,\mathrm{e}^{-\beta t}\cos\omega t; \quad i = -C\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = U_0 C e^{-\beta t}\left(\beta\cos\omega t + \omega\sin\omega t\right). \qquad (10.14)$$

У цьому випадку амплітуди напруги та струму у контурі неперервно спадають і фазова крива буде незамкнутою (рис. 10.4).

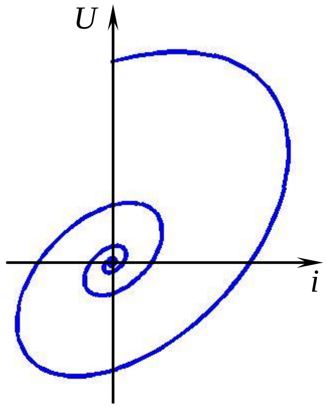


**Рис. 10.4**

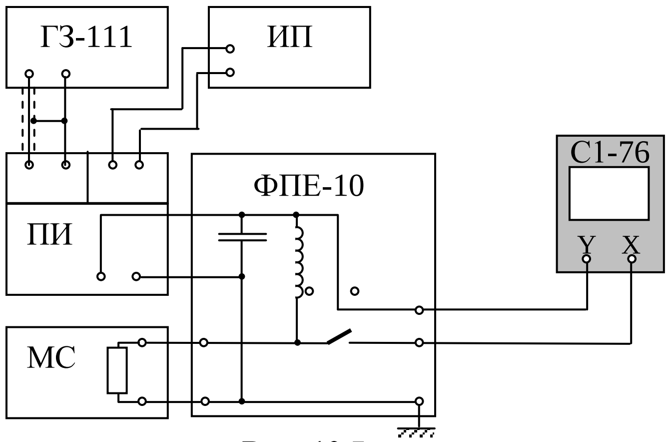


**Рис. 10.5**

У даній роботі для отримання коливань у контурі використовується касета ФПЕ-10/11 з контуром, зображеним на рис. 10. 5. Загасаючі коливання, які відбуваються у контурі, спостерігаються на екрані осцилографа С1 -76. Цикл зарядки та розрядки конденсатора продовжується протягом часу $1/\nu$, де $\nu$ – частота, яка задається звуковим генератором ГЗ-111. На екрані осцилографа йому відповідає відрізок $l_1$. Це дозволяє визначити період $T$ загасаючих коливань, якому на рис. 10.3 відповідає відрізок $l$. З пропорції $(l/T) = l_1\nu$ отримаємо

$$T = \frac{l}{l_1\nu}. \tag{10.15}$$

## Порядок виконання роботи

**ЗАВДАННЯ 1. Вимірювання періоду, логарифмічного декремента загасання і параметрів $R, L, C$ коливального контуру.**

Лабораторне обладнання показано на рис. 10.6.

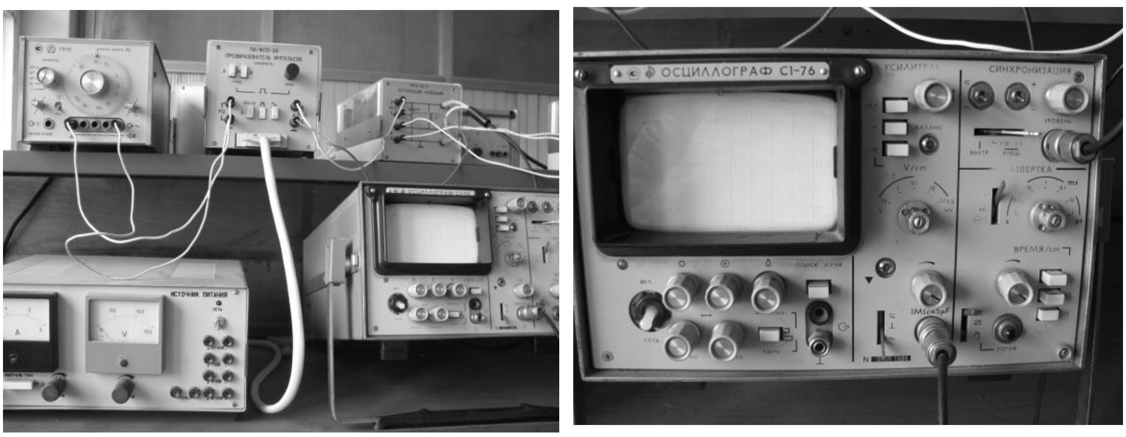


**Рис. 10.6**

1. Включити лабораторний стенд.
2. Включити генератор сигналів ГЗ-111. Встановити частоту виходу $\nu = 250$ Гц.
3. Включити джерело живлення, натиснувши клавішу "Сеть".
4. На перетворювачі імпульсу "ПИ/ФПЕ-09" натиснути клавішу "П" і праву клавішу "Сква-

жність грубо".

5. На магазині опорів встановити $R_м = 100$ Ом.
6. Включити осцилограф С1-76 тумблером "Сеть".
7. За допомогою ручок "Фокус", "Яркость", "Стаб.", "Уровень" отримати стійку картину коливань на екрані.
8. Виміряти відстані $l_1$ та $l$ і обчислити період коливань $T$.
9. Виміряти амплітуди коливань $A_1, A_2, A_3$ і, комбінуючи їх попарно, обчислити логарифмічний декремент загасання. Обчислити коефіцієнт загасання. Результати вимірювань і розрахунків занести в табл.1.
10. Повторити вимірювання п.9, встановлюючи на магазині опорів значення $R_м = 300, 500, \ 600$ Ом.

Табл. 1

| $R_м$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $\lambda$ | $\beta$ | $L$ | $C$ | $r_к$ | $R$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 100 | | | | | | | | | |
| 300 | | | | | | | | | |
| 500 | | | | | | | | | |
| 600 | | | | | | | | | |

Побудувати графік залежності логарифмічного декремента загасання $\lambda$ від опору $R_м$ магазина, відкладаючи значення $R_м$ по осі абсцис від довільної початкової точки і екстраполюючи графік до $\lambda = 0$. Повний опір контуру $R$ складається з опору магазина $R_м$ та $r_к$: $R = r_к + R_м$, де $r_к$ відповідає точці перетину прямої з віссю абсцис (рис. 10.6). Згідно з формулою (10.11а)

$$\lambda = \frac{r_к + R_м}{2L} \tag{10.16}$$

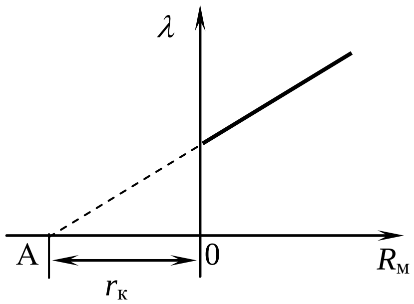


**Рис. 10.6**

11. Використовуючи визначене значення $r_к$ і значення періоду $T$, обчислити індуктивність і ємкість.
12. Підібрати опір магазина опорів $R_{мк}$, при якому спостерігається аперіодичний розряд конденсатора. Розрахувати $R_{мк}$ за формулою: $r_к + R_{мк} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$.

**ЗАВДАННЯ 2. Дослідження фазових кривих**

Для спостереження фазової кривої на екрані осцилографа на вертикально відхиляючі пластини подають напругу з пластин конденсатора, а на горизонтально відхиляючі пластини – напругу $U_R$ з клем магазину опорів $R_м$ пропорційну струму: $U_R = i \cdot R_м$. Таким чином, на екрані осцилографа зобразиться залежність напруги $U$ на пластинах конденсатора від струму $i$ у контурі.

1. Перевести тумблер осцилографа "Развер." вниз до упору.
2. Ручками "$\leftrightarrow$" та "$\Updownarrow$" встановити картину в центрі екрану.
3. Змінюючи $R_м$ магазина опорів, отримати фазові криві при різних значеннях опорів.
4. Виміряти значення напруги, розділена періодом, тобто відстані від центра фазової кривої до точки перетину витків спіралі з віссю напруги $U$, обчислити логарифмічний декременту загасання:

$$\lambda = \ln \frac{U_1}{U_2}.$$

   Аналогічно, обчислити логарифмічний декремент по значеннях струму **i**, розділеним періодом часу:

$$\lambda = \ln \frac{i_1}{i_2}.$$

5. Результати занести в табл.3.

Табл. 3

| $R_м$ | $R_м + r_к$ | $U_1$ | $U_2$ | $U_3$ | $\lambda$ | $i_1$ | $i_2$ | $i_3$ | $\lambda$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 100 | | | | | | | | | |
| 300 | | | | | | | | | |
| 500 | | | | | | | | | |
| 600 | | | | | | | | | |

6. Провести вимірювання п. 4 при значеннях опорів магазину: 100, 300, 500 и 600 Ом.
7. Розрахувати похибку значень $\lambda$:

$$\Delta\lambda = \sqrt{\frac{\Delta U_1^2}{U_1} + \frac{\Delta U_2^2}{U_2}},$$

   де $\Delta U$ – похибка вимірювання на екрані.
8. Накреслити фазову криву незагасаючих коливань у контурі.

## Контрольні запитання

1. Як виникають коливання в коливному контурі?
2. Як виводиться рівняння коливного контуру, що містить $R, L, C$?
3. Який вигляд має розв'язок виведеного рівняння коливного контуру?
4. За яким законом змінюватиметься напруга на конденсаторі, а також струм, електрична і магнітна енергії в коливному контурі?
5. Що таке час загасання і логарифмічний декремент загасання?
6. Як залежить логарифмічний декремент від омічного опору контуру?
7. Що таке аперіодичній розряд у контурі і за яких умов він спостерігається?
8. Що таке фазова площина та фазова крива?
9. Яка форма фазової кривої при незагасаючих коливаннях? При загасаючих коливаннях? При аперіодичному процесі?
10. Звідки необхідно подавати напругу на відхиляючі пластини осцилографа для спостереження загасаючих коливань? Фазової кривої?
11. Поясніть процеси, що проходять у коливному контурі у моменти перетину фазовою кривою осі напруг або осі струмів?

12. За яких умов можна отримати у даному контурі незагасаючі коливання? Які це коливання?

## Література

1. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. В 3 т. Т.2. Електрика і магнетизм. К.: Техніка, 2001 р.

2. Савельев И. В. Курс общей физики: В 3 т. -М: Наука, 1977-1979. —т.1. §§ 64, 69, 85, 88-90; т. 2 §§ 59, 89, 100, 103